

كتاب الأنشطة و التدريبات

الصف الأول الثانوى — الفصل الدراسى الأول

للرياضيات تطبيقات عملية فى مجالات متعددة منها إنشاء الطرق والكبارى وتخطيط المدن وإعداد خرائطها التى تعتمد على توازى المستقيمات و المستقيمات القاطعة لها وفق تناسب بين الطول الحقيقى والطول فى الرسم.

والصورة لكوبرى السلام الذى يربط بين ضفتى قناة السويس

إعداد

أ/ عمر فؤاد جاب الله

أ.د/ عفاف أبو الفتوح صالح　　أ.د/ نبيل توفيق الضبع

أ.م.د/ عصام وصفى روفائيل　　أ/ سيرافيم إلياس إسكندر

أ/ كمال يونس كبشة

شركة سقارة للنشر

ش.م.م

SAKKARA
PUBLISHING

الطبعـة الأولى ٢٠١٣/ ٢٠١٤

رقم الإيـداع ٧٩٤٨/ ٢٠١٣

الرقم الدولى 978 - 977 - 706 - 000 - 4

بيانات الطالب

الاســـم: ....

المدرسة: ....

الفصل: ....

المقدمة



بسم الله الرحمن الرحيم

يسعدنا ونحن نقدم هذا الكتاب أن نوضح الفلسفة التى تم فى ضوئها بناء المادة التعليمية ونوجزها فيمايلى:

١ التأكيد على أن الغاية الأساسية من هذه الكتب هى مساعدة المتعلم على حل المشكلات واتخاذ القرارات فى حياته اليومية، والتى تساعده على المشاركه فى المجتمع.

٢ التأكيد على مبدأ استمرارية التعلم مدى الحياة من خلال العمل على إكساب الطلاب منهجية التفكير العلمى، وأن يمارسوا التعلم الممتزج بالمتعة والتشويق، وذلك بالاعتماد على تنمية مهارات حل المشكلات وتنمية مهارات الاستنتاج والتعليل، واستخدام أساليب التعلم الذاتى والتعلم النشط والتعلم التعاونى بروح الفريق، والمناقشة والحوار، وتقبل آراء الآخرين، والموضوعية فى إصدار الأحكام، بالإضافة إلى التعريف ببعض الأنشطة والإنجازات الوطنية.

٣ تقديم رؤى شاملة متماسكة للعلاقة بين العلم والتكنولوجيا والمجتمع(STS) تعكس دور التقدُّم العلمى فى تنمية المجتمع المحلى، بالإضافة إلى التركيز على ممارسة الطلاب التصرُّف الواعى الفعّال حِيال استخدام الأدوات التكنولوجية.

٤ تنمية اتجاهات إيجابية تجاه الرياضيات ودراستها وتقدير علمائها.

٥ تزويد الطلاب بثقافة شاملة لحسن استخدام الموارد البيئية المتاحة.

٦ الاعتماد على أساسيات المعرفة وتنمية طرائق التفكير، وتنمية المهارات العلمية، والبعد عن التفاصيل والحشو، والإبتعاد عن التعليم التلقينى؛ لهذا فالاهتمام يوجه إلى إبراز المفاهيم والمبادئ العامة وأساليب البحث وحل المشكلات وطرائق التفكير الأساسية التى تميز مادة الرياضيات عن غيرها.

وفى ضوء ما سبق روعى فى هذا الكتاب ما يلى:

★ تقديم تمارين تبدأ من السهل إلى الصعب، وتشمل مستويات تفكير متنوعة.

★ تنتهى كل وحدة بتمارين عامة على الوحدة واختبار للوحدة واختبار تراكمى يشمل العديد من الأسئلة التى تنوعت بين الأسئلة الموضوعية، والمقالية وذات الإجابات القصيرة، وتتناول الوحدات السابق دراستها وشَمل الكتاب اختبارات نهاية كل فصل دراسى.

★ كما روعى استخدام لغة مناسبة فى كتابة المسائل الرياضية والحياتية معتمدًا على ماسبق دراسته بالسنوات السابقة، وفى ضوء المحصول اللغوى لطلاب هذا الصف.

وأخيرًا ..نتمنى أن نكون قد وفقنا فى إنجاز هذا العمل لما فيه خير لأولادنا، ولمصرنا العزيزة.

والله من وراء القصد، وهو يهدى إلى سواء السبيل

المحتويات

الوحدة الأولى
الجبر والعلاقات والدوال

الوحدة الثانية
التشابه

الوحدة الثالثة

نظريات التناسب فى المثلث

الوحدة الرابعة

حساب المثلثات


الوحدة
١
الجبر
الجبر والعلاقات والدوال
Algebra, Relations and Functions
الخوارزمى

دروس الوحدة

١ - ١ حل معادلات الدرجة الثانية فى متغير واحد

Solving Quadratic Equations in One Variable

أولًا: الاختيار من متعدد

(١) المعادلة: (س – ١) (س + ٢) = ٠ من الدرجة: ....

(أ) الأولى (ب) الثانية (جـ) الثالثة (د) الرابعة

(٢) مجموعة حل المعادلة $س^٢ = س$ فى ح هى: ....

(أ) {٠} (ب) {١} (جـ) {–١، ١} (د) {٠، ١}

(٣) مجموعة حل المعادلة $س^٢ + ٣ = ٠$ فى ح هى: ....

(أ) {–٣} (ب) $\{-\sqrt{٣}\}$ (جـ) $\{\sqrt{٣}\}$ (د) ϕ

(٤) مجموعة حل المعادلة $س^٢ – ٢س = –١$ فى ح هى: ....

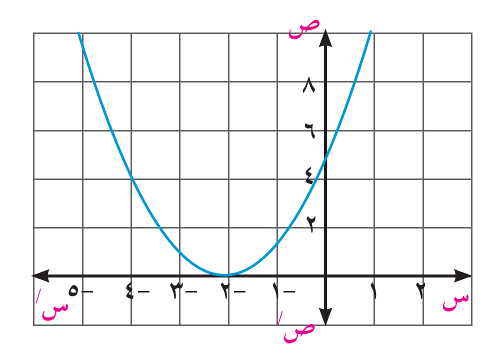
(أ) {–١} (ب) ϕ (جـ) {–١، ١} (د) {١}

(٥) يمثل الشكل المقابل المنحنى البيانى لدالة تربيعية د.

مجموعة حل المعادلة د(س) = ٠ فى ح هى: ....

(أ) {–٢} (ب) {٤}

(جـ) ϕ (د) {–٢، ٤}



ثانيًا: أجب عن الأسئلة الآتية:

(٦) أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ح:

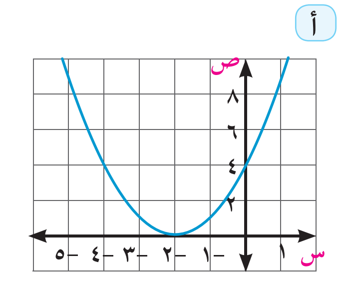
(أ) $س^٢ – ١ = ٠$ (ب) $س^٢ + ٣س = ٠$ (جـ) $(س – ٤)^٢ = ٠$

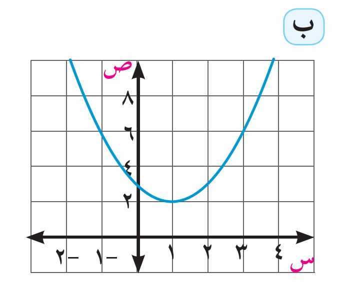
....

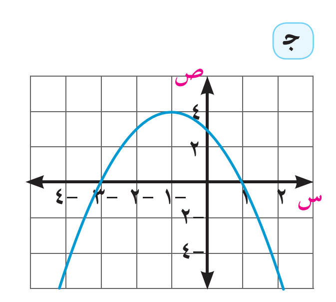
(د) $س^٢ – ٦س + ٩ = ٠$ (هـ) $س^٢ + ٩ = ٠$ (و) س (س+١) (س–١) = ٠

....

٧ يبين كل شكل من الأشكال الآتية الرسم البيانى لدالة من الدرجة الثانية.
أوجد مجموعة الحل للمعادلة د (س) = ٠ فى كل شكل.

أ


ب


جـ


....

....

٨ أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية فى ح وحقق الناتج بيانيًّا:

أ س^2 = ٣س + ٤٠ ....
ب ٢س^2 = ٣ − ٥س ....
جـ ٦س^2 = ٦ − ٥س ....
د (س − ٣)^2 = ٥ ....
هـ س^2 + ٢س = ١٢ ....
و $\frac{1}{2}$س^2 − $\frac{3}{5}$س = ١ ....

٩ حل المعادلات الآتية فى ح باستخدام القانون العام مقربًا الناتج لرقم عشرى واحد.

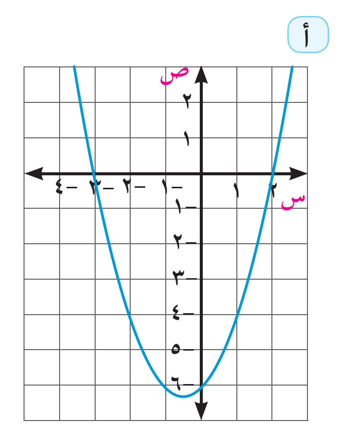
أ ٣س^2 − ٦٥ = ٠ ....
ب س^2 − ٦س + ٧ = ٠ ....
جـ س^2 + ٦س + ٨ = ٠ ....
د ٢س^2+٣س−٤ = ٠ ....
هـ ٥س^2 − ٣س − ١ = ٠ ....
و ٣س^2 − ٦س − ٤ = ٠ ....

١٠ أعداد: إذا كان مجموع الأعداد الصحيحة المتتالية (١ + ٢ + ٣ + ... + ن) يعطى بالعلاقة جـ = $\frac{ن}{٢}$ (١ + ن)
فكم عددًا صحيحًا متتاليًا بدءًا من العدد ١ يكون مجموعها مساويًا:

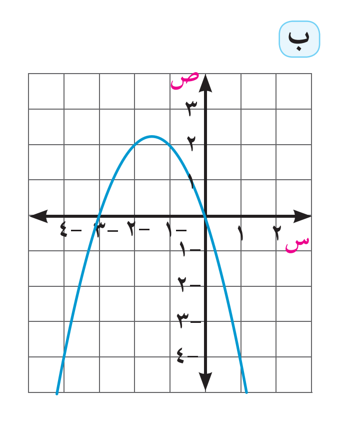
أ ٧٨ ....
ب ١٧١ ....
جـ ٢٥٣ ....
د ٤٦٥ ....

١١ يبين كل شكل من الأشكال الآتية الرسم البيانى لدالة من الدرجة الثانية فى متغير واحد. أوجد قاعدة كل دالة من هذه الدوال.

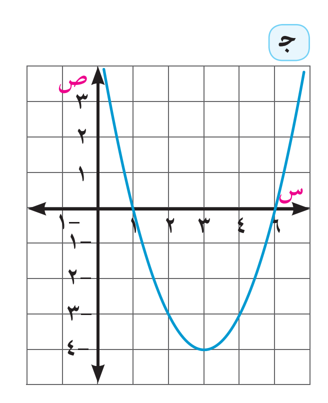
أ



ب



ج



....

١٢ **اكتشف الخطأ:** أوجد مجموعة حل المعادلة (س − ٣)^{٢} = (س − ٣).

إجابة زياد

∵ (س − ٣)^{٢} = (س − ٣)

بقسمة الطرفين على (س − ٣) حيث س ≠ ٣

∴ س − ٣ = ١ وبالتبسيط

∴ س = ٤

مجموعة الحل = {٤}

إجابة كريم

∵ (س − ٣)^{٢} = (س − ٣)

∴ (س − ٣)^{٢} − (س − ٣) = ٠

∴ (س − ٣)[(س − ٣) − ١] = ٠

بالتبسيط: س − ٣ = ٠ أو س − ٤ = ٠

مجموعة الحل = {٣، ٤}

أي الحلين صحيح؟ لماذا؟

....

....

....

١٣ **تفكير ناقد:** قُذفت كرة رأسيًّا إلى أعلى بسرعة ع تساوى ٢٩,٤ متر/ث. احسُب الفترة الزمنية ن بالثانية التى تستغرقها الكرة حتى تصل إلى ارتفاع ف مترًا، حيث ف تساوى ٣٩,٢ مترًا علمًا بأن العلاقة بين ف، ن تُعْطى كالآتى ف = ع ن − ٤,٩ ن^{٢}.

....

....

....

١ - ٢ مقدمة عن الأعداد المركبة

Complex Numbers

١) ضع كلًّا مما يأتى فى أبسط صورة:

أ) ت^{٦٦} .... ب) ت$^{-٤٥}$ .... جـ) ت$^{٤ن + ٢}$ .... د) ت$^{٤ن - ١}$ ....

٢) بسط كلًّا مما يأتى:

أ) $\sqrt{-١٨}$ × $\sqrt{-١٢}$ .... ب) ٣ ت (– ٢ت) .... جـ) (– ٤ ت) (– ٦ ت) .... د) (– ٢ ت)^{٣} (– ٣ ت)^{٢} ....

٣) أوجد ناتج كلٍّ مما يأتى فى أبسط صورة:

أ) (٣ + ٢ت) + (٢ – ٥ ت) .... ب) (٢٦ – ٤ت) – (٩ – ٢٠ ت) .... جـ) (٢٠ + ٢٥ ت) – (٩ – ٢٠ ت) ....

٤) ضع كلًّا مما يأتى على صورة أ + ب ت

أ) (٢ + ٣ ت) – (١ – ٢ت) ب) (١ + ٢ت^{٣}) (٢ + ٣ ت^{٥} + ٤ ت^{٦})

٥) ضع كلًّا مما يأتى على صورة أ + ب ت

أ) $\frac{٢}{١ + ت}$ .... ب) $\frac{٤ + ت}{ت}$ .... جـ) $\frac{٢ - ٣ت}{٣ + ت}$ .... د) $\frac{(٣ + ت)(٣ - ت)}{٣ - ٤ ت}$ ....

٦) حل كل من المعادلات الآتية:

أ) ٣ س^{٢} + ١٢ = ٠ .... ب) ٤ ص^{٢} + ٢٠ = ٠ .... جـ) ٤ ع^{٢} + ٧٢ = ٠ .... د) $\frac{٣}{٥}$ ص^{٢} + ١٥ = ٠ ....

٧) كهرباء: أوجد شدة التيار الكهربى الكلية المار فى مقاومتين متصلتين على التوازى فى دائرة كهربائية مغلقة إذا كانت شدة التيار فى المقاومة الأولى ٤ – ٢ت أمبير، وفى المقاومة الثانية $\frac{٦ + ٣ت}{٢ + ت}$ أمبير ....

٨) اكتشف الخطأ: أوجد أبسط صورة للمقدار: (٢ + ٣ت)^{٢} (٢ – ٣ت)

إجابة أحمد

(٢ + ٣ت)(٢ + ٣ت)(٢ – ٣ت)

= (٢ + ٣ت) (٤ – ٩ت^{٢})

= (٢ + ٣ت) (٤ + ٩) = ١٣(٢ + ٣ت)

= ٢٦ + ٣٩ ت

إجابة كريم

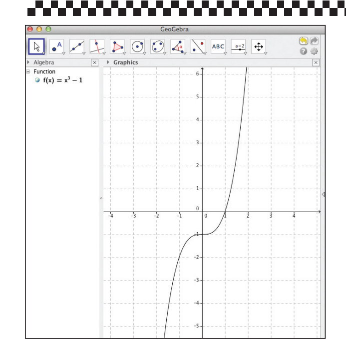
(٢ + ٣ت)^{٢}(٢ –٣ت) = (٤ + ٩ت^{٢})(٢ – ٣ت)

= (٤ – ٩)(٢ – ٣ت) = – ٥ (٢ – ٣ت)

= – ١٠ + ١٥ ت

أى الحلين صحيح؟ لماذا؟ ....

نشاط



١- باستخدام أحد البرامج الرسومية ارسم منحنى الدالة د حيث د(س) = $س^٣ - ١$.

٢- الشكل المجاور يمثل منحنى الدالة، هل يمكنك إيجاد مجموعة حل المعادلة $س^٣ - ١ = ٠$ من الرسم؟

٣- هل تتوقع وجود جذور أخرى باستثناء الجذور التى حصلت عليها من الرسم، وذلك من خلال دراستك لمجموعات الأعداد؟

٤- هل يمكنك حل $س^٣ - ١ = ٠$ جبريًّا؟

٥- استخدم طرق التحليل التى سبق لك دراستها فى حل هذه المعادلة.

سبق وأن درست تحليل الفرق بين مكعبين فيكون: $س^٣ - ١ = (س - ١)(س^٢ + س + ١) = ٠$

٦- تعلم أنه من خواص المعادلات إذا كان أ × ب × جـ = ٠ فإن أ = ٠ ، ب = ٠، جـ = ٠ فهل يمكنك استخدام ذلك فى حل المعادلة السابقة؟

نلاحظ أن $س - ١ = ٠$ أى أن **س = ١** وهذا يطابق الحل البيانى أو:

$س^٢ + س + ١ = ٠$ هل يمكنك حل هذه المعادلة بالتحليل؟

٧- استخدم مفهوم مميز المعادلة التربيعية لتحديد نوع جذرى المعادلة $س^٢ + س + ١ = ٠$ حيث أ = ١ ، ب = ١ ، جـ = ١

المميز ($ب^٢ - ٤$ أ جـ) = ١ - ٤ × ١ × ١ = -٣ أى أن $ب^٢ - ٤$ أ جـ < ٠

جذرا المعادلة مركبان، يمكن إيجادهما من خلال دراستك للأعداد المركبة.

٨- حل المعادلة $س^٢ + س + ١ = ٠$ فى مجموعة الأعداد المركبة .

بالتعويض فى القانون س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أجـ}}{٢أ}$ فتكون س = $\frac{-١ \pm \sqrt{-٣}}{٢ \times ١}$

٩- اكتب مجموعة حل المعادلة $س^٣ - ١ = ٠$ فى مجموعة الأعداد المركبة.

مجموعة الحل هى{١، $\frac{-١ + \sqrt{-٣}}{٢ \times ١}$ ، $\frac{-١ - \sqrt{-٣}}{٢ \times ١}$ }

١٠- كم عدد الجذور الحقيقية وكم عدد الجذور المركبة ؟

١١- أوجد مجموع الجذور الثلاثة للمعادلة - ماذا تلاحظ؟

١٢- أوجد حاصل ضرب الجذرين التخيليين - ماذا تلاحظ؟

١٣- أوجد مربع أحد الجذرين التخيليين وقارنه مع الجذر الآخر.

١٤- لماذا أعطى الحل البيانى جذرًا واحدًا فقط، بينما أعطى الحل الجبرى ثلاثة جذور ؟ فسِّر ذلك.

١٥- ابحث فى الشبكة العنكبوتية عن كيفية تمثيل جذور المعادلة التكعيبية بيانيًّا بما يتناسب مع معلوماتك.

١ - ٣

تحديد نوع جذرى المعادلة التربيعية

Determining The Type of Roots of a Quadratic Equation

أولًا: اختيار من متعدد:

١) يكون جذرا المعادلة س^{٢} – ٤س + ك = ٠ متساويين إذا كانت: ....

أ) ك = ١ ب) ك = ٤ جـ) ك = ٨ د) ك = ١٦

٢) يكون جذرا المعادلة س^{٢} – ٢س + م = ٠ حقيقيين مختلفين إذا كانت: ....

أ) م = ١ ب) م < ١ جـ) م > ١ د) م = ٤

٣) يكون جذرا المعادلة ل س^{٢} – ١٢س + ٩ = ٠ مركبين إذا كانت: ....

أ) ل > ٤ ب) ل < ٤ جـ) ل = ٤ د) ل = ١

ثانيًا: أجب عن الأسئلة الآتية:

٤) حدد عدد الجذور وأنواعها لكل معادلة من المعادلات التربيعية الآتية:

أ) س^{٢} – ٢س + ٥ = ٠ ....

ب) ٣س^{٢} + ١٠س – ٤ = ٠ ....

جـ) س^{٢} – ١٠س + ٢٥ = ٠ ....

د) ٦س^{٢} – ١٩س + ٣٥ = ٠ ....

هـ) (س – ١١) – س(س – ٦) = ٠ ....

و) (س – ١) (س – ٧) = ٢ (س – ٣) (س – ٤) ....

٥) أوجد حل كلٍّ من المعادلات الآتية فى مجموعة الأعداد المركبة باستخدام القانون العام.

أ) س^{٢} – ٤س + ٥ = ٠ ....

ب) ٢س^{٢} + ٦س + ٥ = ٠ ....

جـ) ٣س^{٢} – ٧س + ٦ = ٠ ....

د) ٤س^{٢} – س + ١ = ٠ ....

٦) أوجد قيمة ك فى كل من الحالات الآتية:

أ) إذا كان جذرا المعادلة س^{٢} + ٤س + ك = ٠ حقيقيين مختلفين.

....

ب إذا كان جذرا المعادلة $س^{٢} - ٣س + ٢ + \frac{١}{ك} = ٠$ متساويين.

....

ج إذا كان جذرا المعادلة $ك س^{٢} - ٨س + ١٦ = ٠$ مركبين.

....

٧ إذا كان ل، م عددين نسبيين، فأثبت أن جذرى المعادلة : $ل س^{٢} + (ل - م) س - م = ٠$ عددان نسبيان.

....

٨ يقدر عدد سكان جمهورية مصر العربية عام ٢٠١٣ بالعلاقة:

$ع = ن^{٢} + ١,٢ ن + ٩١$ حيث (ع) عدد السكان بالمليون، (ن) عدد السنوات

أ كم كان عدد السكان عام ٢٠١٣؟ ....

ب قدر عدد السكان عام ٢٠٢٣. ....

ج قدر عدد السنوات التى يبلغ عدد السكان فيها ٣٣٤ مليونًا. ....

د اكتب مقالًا توضح فيه أسباب الزيادة المطردة فى عدد السكان وكيفية علاجها.

٩ **اكتشف الخطأ:** ما عدد حلول المعادلة $٢س^{٢} - ٦ س = ٥$ فى ح

إجابة أحمد

$ب^{٢} - ٤أجـ = (-٦)^{٢} - ٤ \times ٢ \times ٥$

$= ٣٦ - ٤٠ = -٤$

المميز سالب، فلا توجد حلول حقيقية

إجابة كريم

$ب^{٢} - ٤أجـ = (-٦)^{٢} - ٤ \times ٢ \, (-٥)$

$= ٣٦ + ٤٠ = ٧٦$

المميز موجب، فيوجد حلَّان حقيقيان مختلفان

....

....

١٠ إذا كان جذرا المعادلة $س^{٢} + ٢ (ك - ١) س + (٢ك + ١) = ٠$ متساويين، فأوجد قيم ك الحقيقية، ثم أوجد الجذريين.

....

....

١١ **تفكير ناقد:** حل المعادلة $٣٦ س^{٢} - ٤٨ س + ٢٥ = ٠$ فى مجموعة الأعداد المركبة.

....

....

....

....

العلاقة بين جذرى معادلة الدرجة الثانية ومعاملات حدودها

The relation between two roots of the second degree equation and the coefficients of its terms

١ - ٤

أولًا: أكمل مايأتى:

(١) إذا كان س = ٣ أحد جذرى المعادلة س^{٢} + م س – ٢٧ = ٠ فإن م = ... ، الجذر الآخر = ...

(٢) إذا كان حاصل ضرب جذرى المعادلة : ٢ س^{٢} + ٧ س + ٣ ك = ٠ يساوى مجموع جذرى المعادلة:
س^{٢} – (ك + ٤) س = ٠ فإن ك = ...

(٣) المعادلة التربيعية التى كل من جذريها يزيد ١ عن كل من جذرى المعادلة س^{٢} – ٣ س + ٢ = ٠ هى ....

(٤) المعادلة التربيعية التى كل من جذريها ينقص ١ عن كل من جذرى المعادلة س^{٢} – ٥ س + ٦ = ٠ هى ....

ثانيًا: الاختيار من متعدد

(٥) إذا كان أحد جذرى المعادلة س^{٢} – ٣ س + جـ = ٠ ضعف الآخر فإن جـ تساوى ....

أ) –٤ ب) –٢ جـ) ٢ د) ٤

(٦) إذا كان أحد جذرى المعادلة أ س^{٢} – ٣س + ٢ = ٠ معكوسًا ضربيًّا للآخر، فإن أ تساوى ....

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) ٢ د) ٣

(٧) إذا كان أحد جذرى المعادلة س^{٢} – (ب – ٣) س + ٥ = ٠ معكوسًا جمعيًّا للآخر، فإن ب تساوى ....

أ) – ٥ ب) – ٣ جـ) ٣ د) ٥

ثالثًا: أجب عن الأسئلة الآتية

(٨) أوجد مجموع وحاصل ضرب جذرى كل معادلة فيما يأتى:

أ) ٣ س^{٢} + ١٩ س – ١٤ = ٠ ب) ٤ س^{٢} + ٤ س – ٣٥ = ٠

....

(٩) أوجد قيمة أ ثم أوجد الجذر الآخر للمعادلة فى كل مما يأتى:

أ) إذا كان: س = – ١ أحد جذرى المعادلة س^{٢} – ٢ س + أ = ٠ ....

ب) إذا كان: س = ٢ أحد جذرى المعادلة أ س^{٢} – ٥ س + أ = ٠ ....

(١٠) أوجد قيمة أ، ب فى كل من المعادلات الآتية إذا كان:

أ) ٢، ٥ جذرا المعادلة س^{٢} + أ س + ب = ٠ ....

ب) –٣، ٧ جذرا المعادلة أس^{٢} – ب س – ٢١ = ٠ ....

جـ) –١، $\frac{٣}{٢}$ جذرا المعادلة أ س^{٢} – س + ب = ٠ ....

د) $\sqrt{٣}$ ت ، – $\sqrt{٣}$ ت جذرا المعادلة س^{٢} + أ س + ب = ٠ ....

(١١) ابحث نوع الجذرين لكل من المعادلات الآتية، ثم أوجد مجموعة حل كل منها:

أ) $س^٢ + ٢س - ٣٥ = ٠$ ب) $٢س^٢ + ٣س + ٧ = ٠$

....

جـ) $س(س - ٤) + ٥ = ٠$ د) $٣س(٣س - ٨) + ١٦ = ٠$

....

(١٢) أوجد قيمة جـ التى تجعل جذرى المعادلة جـ $س^٢ - ١٢س + ٩ = ٠$ متساويين.

....

(١٣) أوجد قيمة أ التى تجعل جذرى المعادلة $س^٢ - ٣س + ٢ + \frac{١}{أ} = ٠$ متساويين.

....

(١٤) أوجد قيمة جـ التى تجعل جذرى المعادلة $٣س^٢ - ٥س + جـ = ٠$ متساويين، ثم أوجد الجذرين.

....

(١٥) أوجد قيمة ك التى تجعل أحد جذرى المعادلة $س^٢ + (ك - ١)س - ٣ = ٠$ هو المعكوس الجمعى للجذر الآخر.

....

(١٦) أوجد قيمة ك التى تجعل أحد جذرى المعادلة : $٤ك س^٢ + ٧س + ك^٢ + ٤ = ٠$ هو المعكوس الضربى للجذر الآخر.

....

(١٧) كون معادلة الدرجة الثانية التى جذراها كالآتى :

أ) $-٢، ٤$ ب) $-٥ت، ٥ت$ جـ) $\frac{٢}{٣}، \frac{٣}{٢}$

....

د) $١ - ٣ت ، ١ + ٣ت$ هـ) $٣ - ٢\sqrt{٢}ت ، ٣ + ٢\sqrt{٢}ت$

....

(١٨) أوجد المعادلة التربيعية التى جذراها ضعفا جذرى المعادلة $٢س^٢ - ٨س + ٥ = ٠$

....

(١٩) أوجد المعادلة التربيعية التى كل من جذريها يزيد بمقدار ١ عن كل من جذرى المعادلة : $س^٢ - ٧س - ٩ = ٠$

....

(٢٠) أوجد المعادلة التربيعية التى كل من جذريها يساوى مربع نظيره من جذرى المعادلة : $س^٢ + ٣س - ٥ = ٠$

....

(٢١) إذا كان ل، م جذرى المعادلة $س^٢ - ٧س + ٣ = ٠$ فأوجد معادلة الدرجة الثانية التى جذراها:

أ) ٢ل، ٢م ب) ل + ٢، م + ٢ جـ) $\frac{٢}{ل}، \frac{٢}{م}$ د) ل + م، ل م

....

....

....

....

٢٢ **مساحات:** قطعة أرض على شكل مستطيل بعداه ٦، ٩ من الأمتار، يراد مضاعفة مساحة هذه القطعة وذلك بزيادة طول كل بعد من أبعادها بنفس المقدار. أوجد المقدار المضاف.

....

....

٢٣ **تفكير ناقد:** أوجد مجموعة قيم جـ فى المعادلة التربيعية ٧ $س^{٢}$ + ١٤ س + جـ = ٠ بحيث يكون للمعادلة:

أ جذران حقيقيان مختلفان.

ب جذران حقيقيان متساويان.

جـ جذران مركبان.

....

....

....

....

٢٤ **اكتشف الخطأ:** إذا كان ل + ١، م + ١ هما جذرا المعادلة $س^{٢}$ + ٥س + ٣ = ٠ فأوجد المعادلة التربيعية التى جذراها ل، م.

حل يوسف

∵ (ل + ١) + (م+١) = − ٥

∴ ل + م + ٢ = − ٥   ∴ ل + م = − ٧،

∵ (ل + ١)(م + ١) = ٣   ∴ ل م + (ل + م) + ١ = ٣

∴ ل م − ٧ + ١ = ٣   ∴ ل م = ٩

المعادلة هى: $س^{٢}$ + ٧س + ٩ = ٠

حل أميرة

∵ ل + م = − ٥، ل م = ٣

∴ (ل+ ١) + (م + ١) = ل+م + ٢

= − ٥ + ٢ = −٣،

∵ (ل+١)(م + ١) = ل م + (ل + م) + ١

= ٣ − ٣ + ١ = ١

المعادلة هى: $س^{٢}$ + ٣س + ١ = ٠

....

....

....

....

٢٥ **تفكير ناقد:** إذا كان الفرق بين جذرى المعادلة $س^{٢}$ + ك س + ٢ك = ٠ يساوى ضعف حاصل ضرب جذرى المعادلة $س^{٢}$ + ٣ س + ك = ٠ فأوجد ك.

....

....

....

....

١ - ٥

إشارة الدالة

Sign of a Function

أولًا: أكمل ما يأتى:

١) الدالة د، حيث د(س) = − ٥ إشاراتها .... فى الفترة ....

٢) الدالة د، حيث د(س) = س^{٢} + ١ إشاراتها .... فى الفترة ....

٣) الدالة د، حيث د(س) = س^{٢} − ٦ س + ٩ موجبة فى الفترة ....

٤) الدالة د، حيث د(س) = س − ٢ موجبة فى الفترة ....

٥) الدالة د، حيث د(س) = ٣ − س سالبة فى الفترة ....

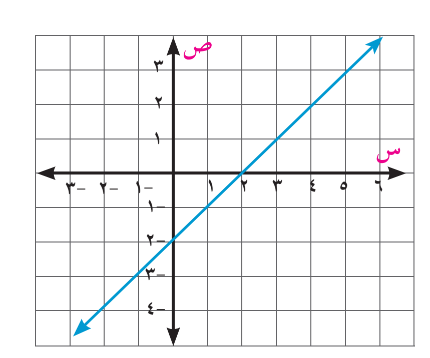
٦) الدالة د، حيث د(س) = − (س − ١) (س +٢) موجبة فى الفترة ....

٧) الدالة د، حيث د(س) = س^{٢} + ٤ س − ٥ سالبة فى الفترة ....

٨) الشكل المرسوم يمثل دالة من الدرجة الأولى فى س:

أ) د(س) موجبة فى الفترة ....

ب) د(س) سالبة فى الفترة ....

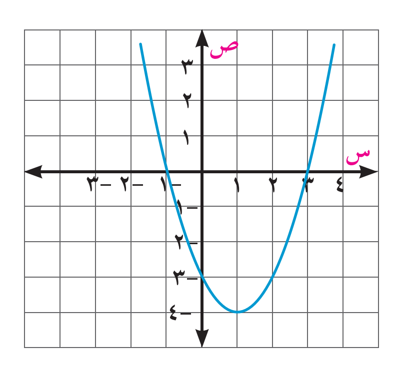


٩) الشكل المرسوم يمثل دالة من الدرجة الثانية فى س:

أ) د(س) = ٠ عندما س ∋ ....

ب) د(س) > ٠ عندما س ∋ ....

جـ) د(س) < ٠ عندما س ∋ ....



ثانيًا: أجب عن الأسئلة الآتية:

(١٠) فى التمارين من (أ) إلى (ن) عين إشارة كل من الدوال الآتية:

(أ) د(س) = ٢ ....
(ب) د(س) = ٢س ....
(جـ) د(س) = – ٣س ....
(د) د(س) =٢س+٤ ....
(هـ) د(س) =٣ – ٢س ....
(و) د(س) = س^{٢} ....
(ز) د(س) = ٢س^{٢} ....
(ح) د(س) = س^{٢} – ٤ ....
(ط) د(س) = ١ – س^{٢} ....
(ى) د(س) = (س – ٢) (س + ٣) ....
(ك) د(س) = (٢ س – ٣)^{٢} ....
(ل) د(س) = س^{٢}– س – ٢ ....
(م) د(س) = س^{٢}– ٨ س + ١٦ ....
(ن) د(س) = – ٤ س^{٢} + ١٠ س – ٢٥ ....

(١١) ارسم منحنى الدالة د(س) = س^{٢} – ٩ فى الفترة [– ٣، ٤]، ومن الرسم عين إشارة د(س).

(١٢) ارسم منحنى الدالة د(س) = – س^{٢} + ٢ س + ٤ فى الفترة [– ٣، ٥]، ومن الرسم عين إشارة د(س).

(١٣) **اكتشف الخطأ:** إذا كانت د(س) = س + ١، ر(س) = ١ – س^{٢} فعين الفترة التى تكون فيها الدالتان موجبتين معًا.

حل يوسف

س = – ١ تجعل د(س) = ٠
د(س) موجبة فى الفترة]– ١، ∞[
س = ± ١ تجعل ر(س) = ٠
ر(س) موجبة فى الفترة]– ١، ١[
لذلك فإن الدالتين تكونان موجبتين معًا فى الفترة
]– ١، ∞[∪]– ١، ١[=]– ١، ∞[

حل أميرة

س = – ١ تجعل د(س) = ٠
د(س) موجبة فى الفترة]– ١، ∞[
س = ± ١ تجعل ر(س) = ٠
ر(س) موجبة فى الفترة]– ١، ١[
لذلك فإن الدالتين تكونان موجبتين معًا فى الفترة
]– ١، ∞[∩]– ١، ١[=]– ١، ١[

أى الإجابتين يكون صحيحًا؟ مثِّل كلًّا من الدالتين بيانيًّا وتأكد من صحة الإجابة.

....

(١٤) **مناجم الذهب:** فى الفترة من عام ١٩٩٠ إلى ٢٠١٠ كان إنتاج أحد مناجم الذهب مقدرًا بالألف أوقية يتحدد بالدالة د : د(ن) = ١٢ ن^{٢} – ٩٦ ن + ٤٨٠ حيث ن عدد السنوات، د(ن) انتاج الذهب

أولًا: ابحث إشارة دالة الإنتاج د. ....

ثانيًا: خلال الأعوام من ١٩٩٠إلى ٢٠١٠ فى أى الأعوام كان إنتاج الذهب يتناقص؟ ....

ثالثًا: خلال الأعوام من ١٩٩٠إلى ٢٠١٠ فى أى الأعوام كان إنتاج الذهب يتزايد؟ ....

١ - ٦ متباينات الدرجة الثانية

Quadratic Inequalities

أوجد مجموعة الحل للمتباينات التربيعية الآتية:

١) س^{٢} ≥ ٩

٢) س^{٢} − ١ ≥ ٠

٣) ٢س − س^{٢} > ٠

٤) س^{٢} + ٥ ≥ ١

٥) (س − ٢) (س − ٥) > ٠

٦) س (س + ٢) − ٣ ≥ ٠

٧) (س − ٢)^{٢} ≥ − ٥

٨) ٥ − ٢س ≥ س^{٢}

٩) س^{٢} ≤ ٦ س − ٩

١٠) ٣ س^{٢} ≥ ١١ س + ٤

١١) س^{٢} − ٤ س + ٤ ≤ ٠

١٢) ٧ + س^{٢} − ٤ س > ٠

تمارين عامة

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ مجموعة حل المعادلة س^{٢} – ٦ س + ٩ = ٠ فى ح هى : ....

أ {–٣}　ب {٣}　جـ {–٣، ٣}　د ϕ

٢ مجموعة حل المعادلة س^{٢} + ٤ = ٠ هى : ....

أ {–٢}　ب {٢}　جـ {–٢، ٢}　د {–٢ت، ٢ت}

٣ أبسط صورة للمقدار (١ – ت)^{٤} هو : ....

أ –٤　ب ٤　جـ –٤ ت　د ٤ ت

٤ إذا كان جذرا المعادلة س^{٢} – ٤س + ك = ٠ حقيقيين ومختلفين فإن: ....

أ ك < ٤　ب ك > ٤　جـ ك = ٤　د ك ≤ ٤

٥ إذا كان جذرا المعادلة س^{٢} – ١٢س + م = ٠ متساويين فإن م تساوى: ....

أ –٣٦　ب –٦　جـ ٦　د ٣٦

٦ المعادلة التربيعية التى جذراها ٢ – ٣ت ، ٢ + ٣ت هى : ....

أ س^{٢} + ٤س + ١٣ = ٠　ب س^{٢} – ٤س + ١٣ = ٠　جـ س^{٢} + ٤س – ١٣ = ٠　د س^{٢} – ٤س – ١٣ = ٠

٧ إذا كانت د : [–٢ ، ٤] ⟵ ع حيث د(س) = ٢ – س فإن إشارة الدالة د سالبة فى:

أ [–٢ ، ٢[　ب [–٢ ، ٢]　جـ [٢ ، ٤]　د]٢ ، ٤]

٨ إذا كان أحد جذرى المعادلة س^{٢} – (م + ٢) س + ٣ = ٠ معكوسًا جمعيًّا للجذر الآخر فإن م تساوى:

أ –٣　ب –٢　جـ ٢　د ٣

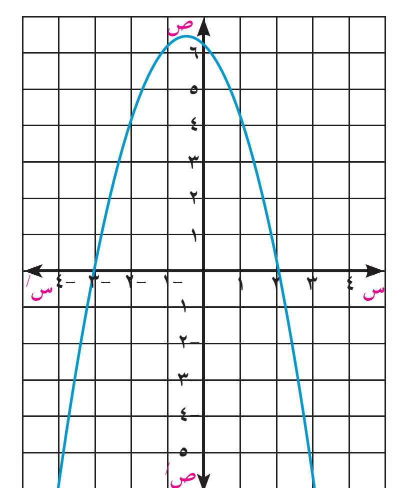
٩ إذا كان أحد جذرى المعادلة ٢ س^{٢} + ٧ س + ك = ٠ هو المعكوس الضربى للجذر الآخر فإن ك تساوى:

أ –٧　ب –٢　جـ ٢　د ٧

١٠ مجموعة حل المتباينة س^{٢} + س – ٢ > ٠ هى :

أ]–٢ ، ١[　ب [–٢ ، ١]　جـ ح – [–٢ ، ١]　د ح –]–٢ ، ١[

ثانيًا: يمثل الشكل المقابل التمثيل البيانى لدالة تربيعية د



١١ أكمل مايأتى :

أ مدى الدالة د هو ....

ب القيمة العظمى للدالة د = ...

جـ نوع جذرى المعادلة د (س) = ٠ ....

د مجموعة حل المعادلة د(س) = ٠ هى ....

هـ د(س) > ٠ عندما س ∋ ....

و د(س) < ٠ عندما س ∋ ....

ز د(س) = ٠ عندما س = ...

تمارين عامة

١٢ اكتب قاعدة الدالة التى تمر بالنقاط (−٣، ٠) ، (٢، ٠) ، (٢، ١)

....

١٣ تفكير ناقد:

أ اكتب نقاط تقاطع منحنى الدوال التى قاعدتها ص = س^{٢} ، ص = س

....

ب اكتب نقاط تقاطع منحنى الدوال التى قاعدتها ص = − س^{٢}، ص = − س ماذا تلاحظ ؟ فسر إجابتك.

....

ثالثًا: أجب عن الأسئلة الآتية

١٤ بين نوع جذرى كل معادلة مما يأتى، ثم أوجد مجموعة حل كل معادلة.

أ س^{٢} − ٢س = ٠ ب (س − ١)^{٢} = ٤ جـ س^{٢} − ٦ س + ٩ = ٠

د س^{٢} + ٣س − ٢٨ = ٠ هـ ٦س (س − ١) = ٦ − س

١٥ حل المعادلات الآتية باستخدام القانون العام مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين.

أ س^{٢} + ٤س + ٢ = ٠ ب س^{٢} − ٣(س −٢) = ٥

١٦ أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية فى مجموعة الأعداد المركبة .

أ س^{٢} + ٩ = ٠ ب س^{٢} + ٢س + ٢ = ٠ جـ س^{٢} + ٤س + ٥ = ٠

١٧ أوجد قيمة أ، ب فى كل مما يأتى :

أ (٧ − ٣ت) − (٢ + ت) = أ + ب ت ب (٢ − ٥ت)(٣ + ت) = أ + ب ت

جـ $\frac{١٠}{٢ + ت}$ = أ + ب ت د $\frac{٦ − ٤ت}{١ − ت}$ = أ + ب ت

١٨ أوجد قيمة م فى كل مما يأتى :

أ إذا كان جذرا المعادلة ٢س^{٢} + م س + ١٨ = ٠ متساويين ....

ب إذا كان أحد جذرى المعادلة س^{٢} + ٣ س + ك = ٠ ضعف الجذر الآخر ....

١٩ ابحث إشارة الدالة د فى كل مما يأتى :

أ د(س) = س^{٢} − ٢ س − ٨ ب د(س) = ٤ − ٣س − س^{٢}

٢٠ أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية :

أ س^{٢} − س − ١٢ > ٠ ب س^{٢} − ٧س + ١٠ ⩽ ٠

اختبار الوحدة

أولًا: الأختيار من متعدد :

(١) مجموعة حل المعادلة $س^2 - ٤س = -٤$ فى ح هى: ....

(أ) {-٢} (ب) {٢} (ج) {-٢، ٢} (د) ϕ

(٢) حل المتباينة $س^2 + ٩ < ٦س$ فى ح هى: ....

(أ) ح (ب) ح - {٣} (ج)]-٣، ٣[(د) ح - [-٣، ٣]

(٣) جذرا المعادلة $٢س^2 - ٥س + ٣ = ٠$ ....

(أ) حقيقيان متساو يان (ب) حقيقيان مختلفان (ج) مركبان (د) مركبان و مترافقان

(٤) المعادلة التربيعية التى جذراها (١ + ت)، (١ - ت) هى : ....

(أ) $س^2 - ٢س + ٢ = ٠$ (ب) $س^2 + ٢س - ٢ = ٠$ (ج) $س^2 + ٢س + ٢ = ٠$ (د) $س^2 - ٢س - ٢ = ٠$

ثانيًا: أجب عن الأسئلة الآتية

(٥) إذا كان $(أ + ٣)س^2 + (٢ - أ) س + ٤ = ٠$ فأوجد قيمة أ فى كل من الحالات الآتية:

(أ) أحد جذرى المعادلة معكوس جمعى للجذر الآخر.

....

(ب) مجموع جذرى المعادلة يساوى ٦.

....

(٦) (أ) إذا كان $\frac{٢}{ل}$، $\frac{٢}{م}$ هما جذرا المعادلة $س^2 - ٦س + ٤ = ٠$ فأوجد المعادلة التى جذراها ل، م.

....

(ب) ابحث إشارة الدالة د، حيث $د(س) = ٨ - ٢س - س^2$

....

(٧) (أ) أثبت أن جذرى المعادلة $س^2 + ٣ = ٥س$ حقيقيان مختلفان، ثم أوجد مجموعة حل المعادلة فى ح مقربًا الناتج لأقرب ثلاثة أرقام عشرية.

....

(ب) أوجد حل المتباينة : $س^2 - ٥س - ١٤ \geqslant ٠$

....

(٨) تطبيقات فيزيائية: أُطلق صاروخ رأسيًا إلى أعلى بسرعة ٩٨ مترًا/ثانية، إذا كانت العلاقة بين المسافة المقطوعة ف بالمتر والزمن ن بالثانية تعطى بالعلاقة : $ف = ٩٨ ن - ٤,٩ ن^2$ فأوجد :

(أ) المسافة التى يقطعها الصاروخ فى ثانيتين. ....

(ب) الزمن الذى يستغرقه الصاروخ حتى يقطع مسافة ٤٧٠,٤ مترًا. بما تفسر وجود إجابتين؟

اختبار تراكمي

١ أوجد قيمة ك التى تجعل للمعادلة ٣س^2 + ٤س + ك = ٠ جذرين :

أ حقيقيين متساويين ....

ب حقيقيين مختلفين ....

جـ مركبين ....

٢ أوجد قيمة ك التى تجعل:

أ أحد جذرى المعادلة س^2 – ك س + ك + ٢ = ٠ ضعف الجذر الآخر. ....

ب أحد جذرى المعادلة س^2 – ك س + ٨ = ٠ يزيد عن الجذر الآخر بمقدار ٢. ....

جـ أحد جذرى المعادلة س^2 – ك س + ٣ = ٠ يزيد عن المعكوس الضربى للجذر الآخر بمقدار ١.

٣ إذا كان ل، م جذرى المعادلة س^2 – ٣س + ٢ = ٠ فأوجد معادلة الدرجة الثانية التى جذراها :

أ ٣ ل، ٣ م   ب ل + ١، م + ١   جـ $\frac{١}{ل}$، $\frac{١}{م}$ د ل + م، ل م

....

٤ إذا كان $\frac{١}{ل}$، $\frac{١}{م}$ هما جذرا المعادلة ٦س^2 – ٥ س +١ = ٠ فكون المعادلة التربيعية التى جذراها ل، م.

....

٥ ارسم منحنى الدالةد، حيث د(س) = س^2– ٤ فى الفترة [– ٣،٣] ومن الرسم عين إشارة د فى هذه الفترة.

٦ ارسم منحنى الدالة د، حيث د(س) = ٦ – ٥س – ٤س^2 فى الفترة [–٣،٢] ومن الرسم عين إشارة د فى هذه الفترة.

٧ أوجد مجموعة الحل للمتباينات التربيعية الآتية:

أ س^2 + ٤ س + ٤ > ٠   ب س^2 – ٦ س > – ٥   جـ (س – ٢)^2 ≤ – ٩

....

د ٣ – ٢س ≤ س^2 هـ س^2 ≤ ١٠س – ٢٥   و ٢س^2 – ٧س ≤ ١٥

....

٨ **أعمال تجارية:** إذا كان عدد الوحدات المنتجة والمباعة من سلعة معينة فى الأسبوع هى س مليون وحدة وكان سعر بيع الوحدة هو ع حيث ع = ٢ – س، إذا كانت التكاليف الكلية اللازمة لإنتاج س مليون وحدة فى الأسبوع تعطى بالعلاقة ت = (٠,٣ + ٥,٠س) مليون وحدة فأوجد :

أ دالة الإيراد الكلى (ى) ....

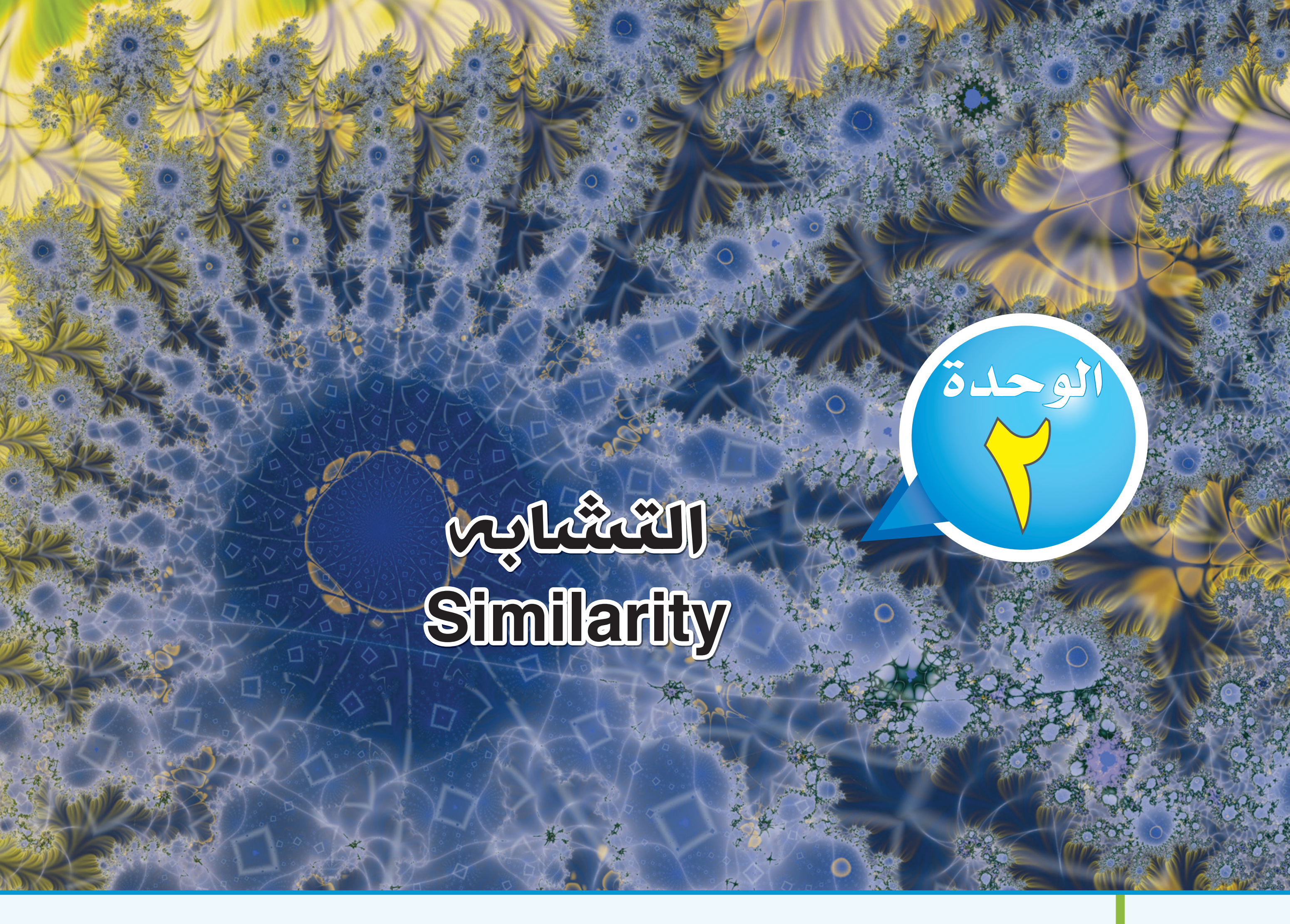
ب دالة الربح (ر) ....

جـ أوجد س عند مستوى ربح ٠,٢ مليون جنيه. ....

٩ إذا كانت أ = ١ + $\sqrt{٣}$ ت ، ب = – ١ – ت، جـ = – ٢ – $\sqrt{٣}$ + ت فأثبت أن: جـ – ب = (أ – ب)ت

إذا لم تستطع حل سؤال فاستعن بالجدول التالى:

رقم السؤال	١		٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
رقم الدرس	أ، ب	جـ	١–٤	١–٤	١–٤	١–٥	١–٥	١–٦	١–١	١–٢
	١–٣	١–٢								



دروس الوحدة

الدرس (٢ - ١): تشابه المضلعات.

الدرس (٢ - ٢): تشابه المثلثات.

الدرس (٢ - ٣): العلاقة بين مساحتى سطحى مضلعين متشابهين.

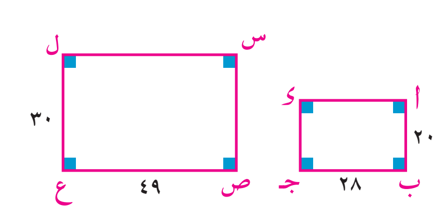
الدرس (٢ - ٤): تطبيقات التشابه فى الدائرة.

٢ - ١ تشابه المضلعات

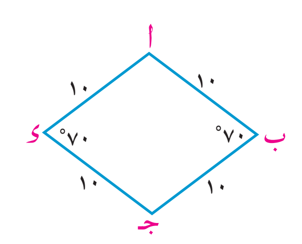
Similarity of Polygons

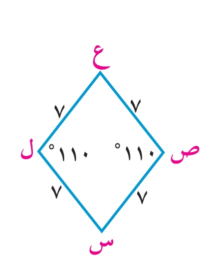
① بين أيًّا من أزواج المضلعات التالية تكون متشابهة، واكتب المضلعات المتشابهة بترتيب الرؤوس المتناظرة، وحدد معامل التشابه (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات).

أ



ب

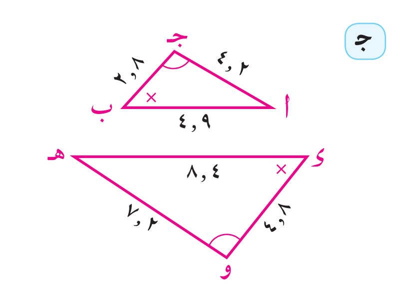




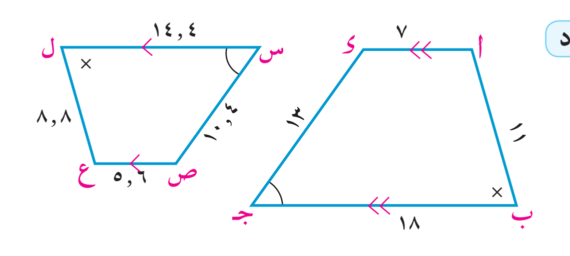
....

....

جـ



د



....

....

② إذا كان المضلع أ ب جـ ء ~ المضلع س ص ع ل، أكمل:

أ $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{.........}}{\text{ص ع}}$

ب أ ب × ع ل = س ص × ....

جـ $\frac{\text{ب جـ + ص ع}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{......... + ل س}}{\text{ل س}}$

د $\frac{\text{محيط المضلع ....}}{\text{محيط المضلع ....}} = \frac{\text{س ص}}{\text{أ ب}}$

③ المضلع أ ب جـ ء ~ المضلع س ص ع ل. فإذا كان: أ ب = ٣٢سم، ب جـ = ٤٠سم، س ص = ٣م - ١، ص ع = ٣م +١. أوجد قيمة م العددية. ....

④ مستطيل بعداه ١٠سم، ٦سم. أوجد محيط ومساحة مستطيل آخر مشابه له إذا كان:

أ معامل التشابه ٣

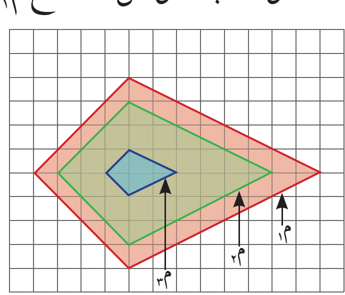
ب معامل التشابه ٠,٤

....

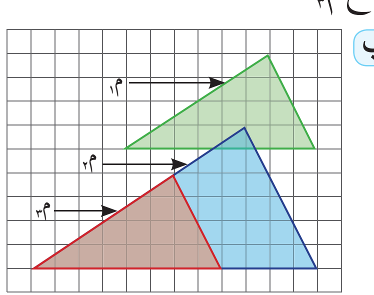
....

٥ فى كل من الأشكال التالية المضلع م١ ~ المضلع م٢ ~ المضلع م٣.
أوجد معامل تشابه كل من المضلع م١، المضلع م٢ للمضلع م٣.

أ



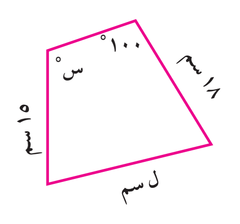
ب

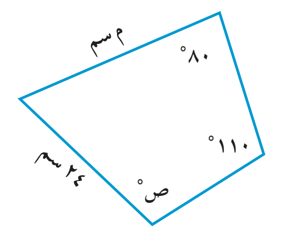


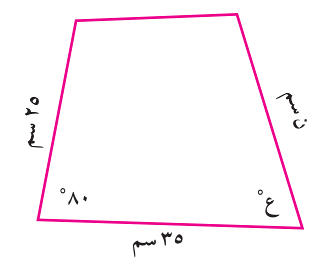
....

....

٦ المضلعات الثلاثة التالية متشابهة. أوجد القيمة العددية للرمز المستخدم فى القياس.







....

٧ علبة على شكل مستطيل ذهبى طوله ١٦,٢سم. احسب عرض العلبة لأقرب سنتيمتر.

....

٨ مستطيلان متشابهان بُعدا الأول ٨سم، ١٢سم، ومحيط الثانى ٢٠٠سم. أوجد طول المستطيل الثانى ومساحته.

....

نشاط

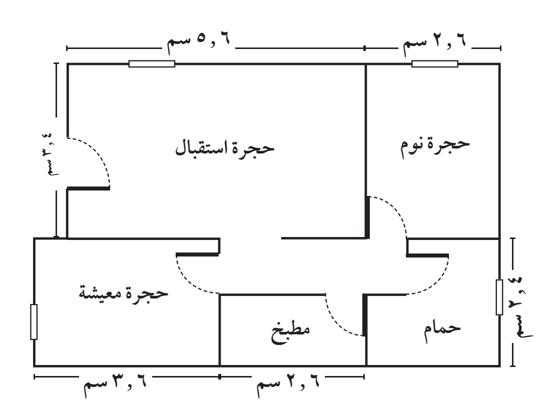
٩ **هندسة معمارية:** يوضح الشكل المقابل مخططًا لإحدى الوحدات السكنية بمقياس رسم ١ : ١٥٠ أوجد:

أ أبعاد حجرة الاستقبال. ....

ب أبعاد حجرة النوم. ....

جـ مساحة حجرة المعيشة. ....

د مساحة الوحدة السكنية. ....

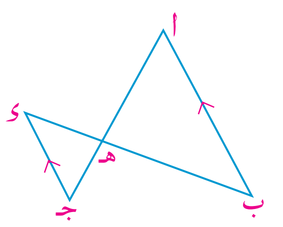


٢ - ٢ تشابه المثلثات

Similarity Of Triangles

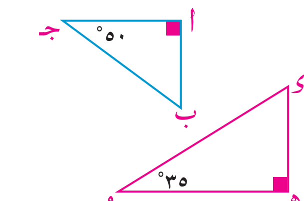
① اذكر أى الحالات يكون فيها المثلثان متشابهين، وفى حالة التشابه اذكر سبب التشابه.

أ

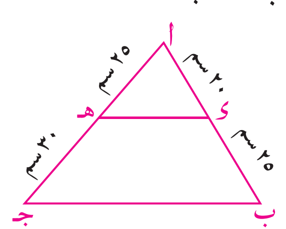




ب

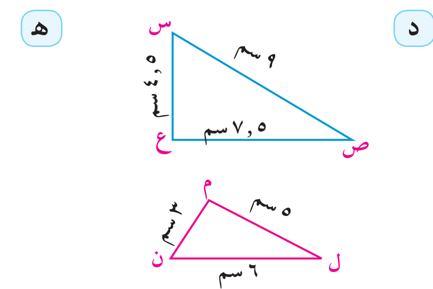


جـ

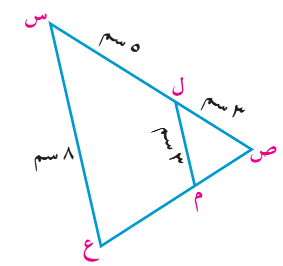


....

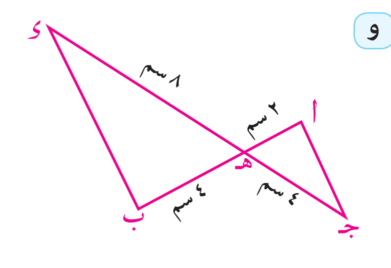
د



هـ



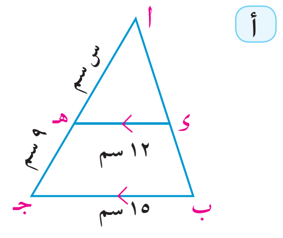
و



....

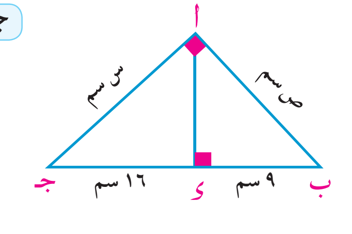
② أوجد قيمة الرمز المستخدم فى القياس:

أ





ب



جـ

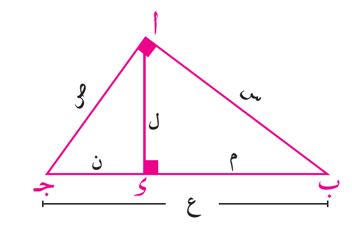
أ، ب، جـ، ء، هـ، و
٩,٦ سم — س سم — ع سم — ص سم — ٣ سم — ٣ سم — ٦ سم — ٦ سم

....

③ **فى الشكل المقابل:** أ ب جـ مثلث قائم الزاوية $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

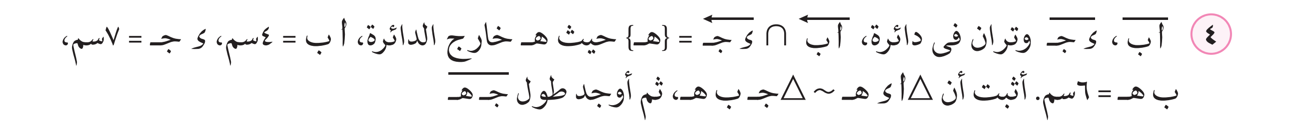
أولًا: أكمل: △أ ب جـ ~ △.............. ~ △..............

ثانيًا: إذا كان س، ص، ع، ل، م، ن هى أطوال القطع المستقيمة بالسنتيمترات والمعينة بالشكل: فأكمل التناسبات التالية:



أ) $\frac{\text{س}}{\text{ع}} = \frac{\text{م}}{\cdots\cdots}$ ب) $\frac{\text{س}}{\text{ع}} = \frac{\text{ل}}{\cdots\cdots}$ جـ) $\frac{\text{م}}{\text{ل}} = \frac{\text{س}}{\cdots\cdots}$ د) $\frac{\text{ل}}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\text{ل}}$

هـ) $\frac{\text{س}}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\text{س}}$ و) $\frac{\cdots\cdots}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\cdots\cdots}$ ز) $\frac{\text{ل}}{\text{س}} = \frac{\cdots\cdots}{\text{ع}}$ ح) $\frac{\text{ل}}{\text{س}} = \frac{\cdots\cdots}{\text{ص}}$

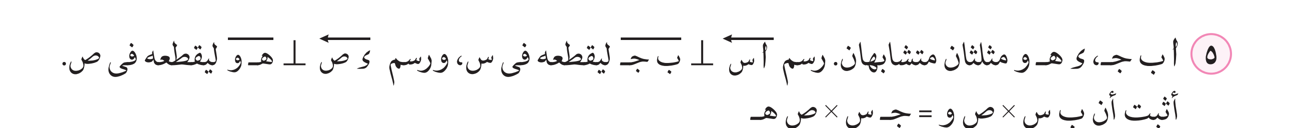


٤ أ ب ، ء جـ وتران فى دائرة، $\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{ءجـ}$ = {هـ} حيث هـ خارج الدائرة، أ ب = ٤سم، ء جـ = ٧سم، ب هـ = ٦سم. أثبت أن $\triangle$ أ ء هـ ~ $\triangle$ جـ ب هـ، ثم أوجد طول $\overline{جـ هـ}$

....

....

....

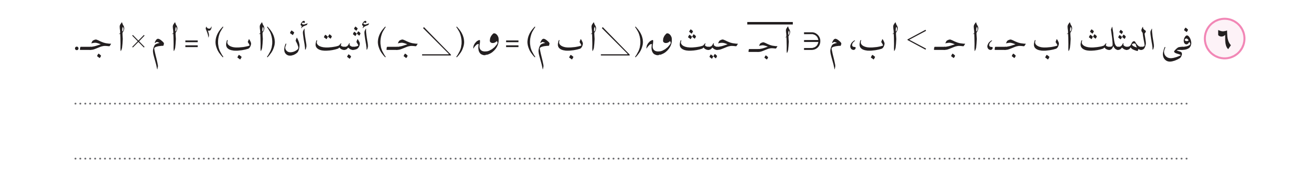


٥ أ ب جـ، ء هـ و مثلثان متشابهان. رسم $\overrightarrow{أس} \perp \overline{ب جـ}$ ليقطعه فى س، ورسم $\overrightarrow{ءص} \perp \overline{هـ و}$ ليقطعه فى ص.
أثبت أن ب س × ص و = جـ س × ص هـ

....

....

....



٦ فى المثلث أ ب جـ، أ جـ > أ ب، م $\in \overline{أجـ}$ حيث ق($\measuredangle$ أ ب م) = ق ($\measuredangle$ جـ) أثبت أن (أ ب)^{٢} = أ م × أ جـ.

....

....

....

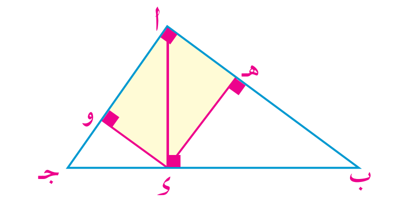
٧ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى أ، رسم $\overrightarrow{أء} \perp \overline{ب جـ}$ ليقطعه فى ء. إذا كان $\frac{ب ء}{ء جـ} = \frac{١}{٢}$، أ ء = $٦\sqrt{٢}$ سم
أوجد طول كل من $\overline{ب ء}$، $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$.

....

....

....

٨ **فى الشكل المقابل:** أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى أ،
$\overline{أ ء} \perp \overline{ب جـ}$ ، $\overline{ء هـ} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{ء و} \perp \overline{أ جـ}$
أثبت أن:
أ $\triangle$ أ ء هـ ~ $\triangle$ جـ ء و
ب مساحة المستطيل أ هـ ء و = $\sqrt{أ هـ × هـ ب × أ و × و جـ}$



....

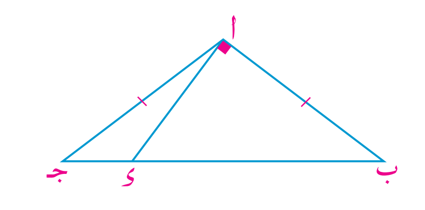
....

....

٩ **فى الشكل المقابل:** أ ب جـ مثلث منفرج الزاوية فى أ،

أ ب = أ جـ. رسم $\overleftrightarrow{أ ء}$ ⊥ $\overline{أ ب}$ ويقطع $\overline{ب جـ}$ فى ء.

أثبت أن: ٢(أ ب)^{٢} = ب ء × ب جـ



....

....

....

١٠ تعبر المجموعتان أ، ب عن أطوال أضلاع مثلثات مختلفة بالسنتيمترات.

اكتب أمام كل مثلث من المجموعة أ رمز المثلث الذى يشابهه من المجموعة ب

مجموعة (أ)

١	٦ ، ٦ ، ٦
٢	٥ ، ٧ ، ١١
٣	٥ ، ٨ ، ١٠
٤	٧ ، ٨ ، ١٢
٥	١٦ ، ٢٧ ، ٢٨

مجموعة (ب)

أ	٢,٥ ، ٤ ، ٥
ب	٨ ، ١٣,٥ ، ١٤
جـ	٢٥ ، ٣٥ ، ٥٥
ء	١١ ، ١١ ، ١١
هـ	٣,٥ ، ٤ ، ٦
و	٨ ، ٦ ، ١٠
ز	٣٢ ، ٥٤ ، ٤٢

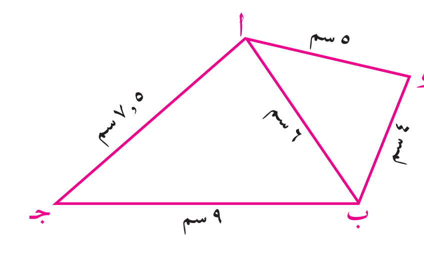
١١ **فى الشكل المقابل:** أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٩سم ،

أ جـ = ٧,٥سم ، ء نقطة خارجة عن المثلث أ ب جـ

حيث ء ب = ٤سم ، ء أ = ٥سم. أثبت أن:

أ △أ ب جـ ~ △ء ب أ

ب $\overrightarrow{ب أ}$ ينصف ∠ ء ب جـ



....

....

....

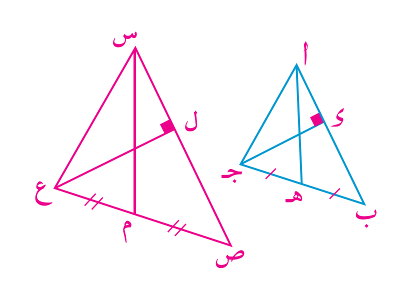
١٢ **من الشكل المقابل أكمل:**

△ أ ب جـ ~ △ ....

ومعامل التشابه = ...

....

....



(١٣) **فى الشكل المقابل:** أ ب جـ ~ س ص ع، هـ منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$، م منتصف $\overline{\text{ص ع}}$، $\overline{\text{جـ ء}} \perp \overline{\text{أ ب}}$، $\overline{\text{ع ل}} \perp \overline{\text{س ص}}$ أثبت أن:

أ) △ أ هـ جـ ~ △ س م ع

ب) $\frac{\text{جـ ء}}{\text{ع ل}} = \frac{\text{أ هـ}}{\text{س م}}$

....

....

....

(١٤) أ ب جـ، س ص ع مثلثان متشابهان، حيث أ ب > أ جـ، س ص > س ع.
هـ، ل منتصفى $\overline{\text{ب جـ}}$، $\overline{\text{ص ع}}$ على الترتيب، رسم $\overline{\text{أ و}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$، $\overline{\text{س م}} \perp \overline{\text{ص ع}}$
أثبت أن △ أ هـ و ~ △ س ل م

....

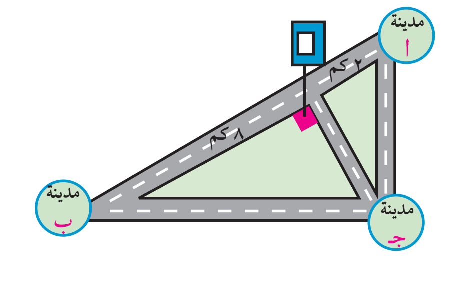
(١٥) أ ب جـ مثلث، ء ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$ حيث $(\text{أ ء})^2$ = ب ء × ء جـ، ب أ × أ ء = ب ء × أ جـ أثبت أن:

أ) △ أ ب ء ~ △ جـ أ ء   ب) $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ جـ) ق (∠ ب أ جـ) = °٩٠

....

....

....



(١٦) يبين المخطط المقابل موقع محطة خدمة وتموين سيارات يراد إقامتها على الطريق السريع عند تقاطع طريق جانبى يؤدى إلى المدينة جـ وعموديًّا على الطريق السريع بين المدينتين أ، ب.

أ) كم ينبغى أن تبعد المحطة عن المدينة جـ؟

ب) ما البعد بين المدينتين ب، جـ؟

....

....

نشاط

استخدام برنامج خرائط (*Google Earth*) لحساب أقصر بعد بين عواصم محافظات جمهورية مصر العربية

٢ - ٣ العلاقة بين مساحتى سطحى مضلعين متشابهين

The Relation between the Area of two Similar Polygons

① أكمل:

أ إذا كان △ أ ب جـ ~ △س ص ع، وكان أ ب = ٣ س ص فإن $\frac{\text{م}(\triangle \text{س ص ع})}{\text{م}(\triangle \text{أ ب جـ})}$ = ...

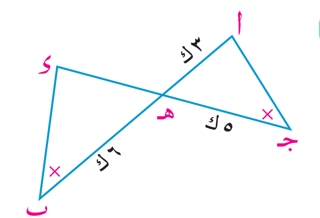
ب إذا كان △ أ ب جـ ~ △ ء هـ و، م (△ أ ب جـ) = ٩ م(△ ء هـ و) وكان ء هـ = ٤سم فإن:



أ ب = ... سم

② ادرس كلًّا من الأشكال التالية، حيث ك ثابت تناسب، ثم أكمل:

أ

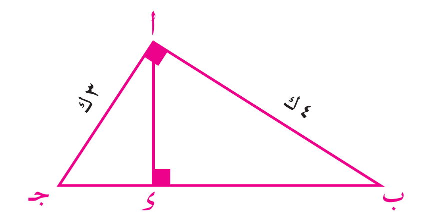


$\overline{\text{أ ب}} \cap \overline{\text{جـ ء}}$ = {هـ}

م(△ أ جـ هـ) = ٩٠٠ سم^2

فإن: م(△ ء هـ ب) = ... سم^2

ب



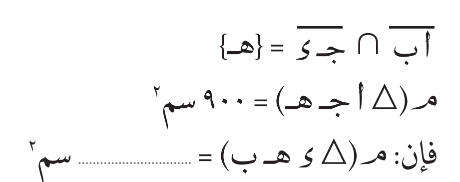
ق(∠ب أ جـ) = ٩٠°، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

م(△ أ ء جـ) = ١٨٠ سم^2 فإن:

م(△ أ ب جـ) = ... سم^2

③ أ ب جـ مثلث، ء ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ حيث أ ء = ٢ ب ء، هـ ∈ $\overline{\text{أ جـ}}$ حيث ء هـ // $\overline{\text{ب جـ}}$

إذا كانت مساحة △ أ ء هـ = ٦٠سم^2. أوجد مساحة شبه المنحرف ء ب جـ هـ.



....

....

④ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب، رسمت المثلثات المتساوية الأضلاع أ ب س، ب جـ ص، أ جـ ع

أثبت أن: م (△أ ب س) + م (△ب جـ ص) = م (△أ جـ ع).

....

....

⑤ أ ب جـ مثلث فيه $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}} = \frac{٤}{٣}$، رسمت الدائرة المارة برؤوسه. من نقطة ب رسم المماس لهذه الدئرة فقطع $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$ فى هـ. أثبت أن: $\frac{\text{م}(\triangle \text{أ ب جـ})}{\text{م}(\triangle \text{أ ب هـ})} = \frac{٧}{١٦}$

....

....

(٦) أ ب جـ ء متوازى أضلاع س ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$، س ∉ $\overline{\text{أ ب}}$ حيث ب س = ٢ أ ب، ص ∈ $\overleftarrow{\text{جـ ب}}$، ص ∉ $\overline{\text{جـ ب}}$

حيث ب ص = ٢ ب جـ ، رسم متوازى الأضلاع ب س ع ص أثبت أن: $\frac{\text{م (أ ب جـ ء)}}{\text{م (س ب ص ع)}} = \frac{١}{٤}$

....

....

(٧) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب، $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$ يقطعة فى ء، رُسم على $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ المربعان أ س ص ب، ب م ن جـ خارج المثلث أ ب جـ.

(أ) أثبت أن المضلع ء أ س ص ب = المضلع ء ب م ن جـ

(ب) إذا كان أ ب = ٦سم، أ جـ = ١٠سم. أوجد النسبة بين مساحتى سطحى المضلعين.

....

....

(٨) أ ب جـ مثلث، $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$، $\overline{\text{أ جـ}}$ أضلاع متناظرة لثلاثة مضلعات متشابهة مرسومة خارج المثلث، وهى المضلعات بين سـ، صـ، ع على الترتيب.

فإذا كانت مساحة المضلع سـ = ٤٠سم^{٢}، ومساحة المضلع صـ =٨٥ سم^{٢}، ومساحة المضلع ع = ١٢٥سم^{٢}.

أثبت أن المثلث أ ب جـ قائم الزاوية.

....

....

....

(٩) أ ب جـ ء مربع قسمت $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$، $\overline{\text{جـ ء}}$ ، $\overline{\text{ء أ}}$ بالنقاط س، ص، ع، ل على الترتيب بنسبة ١ : ٣

أثبت أن:

(أ) الشكل س ص ع ل مربع

(ب) $\frac{\text{م المربع س ص ع ل}}{\text{م المربع أ ب جـ ء}} = \frac{٥}{٨}$

....

....

....

....

(١٠) صالة ألعاب مستطيلة الشكل أبعادها ٨ متر، ١٢ متر، تم تغطية أرضيتها بالخشب، فكلفت ٣٢٠٠ جنيه. احسب (باستخدام التشابه) تكاليف تغطية أرضية صالة مستطيلة أكبر بنفس نوع الخشب وبنفس الأسعار، إذا كان أبعادها ١٤، ٢١ من الأمتار.

....

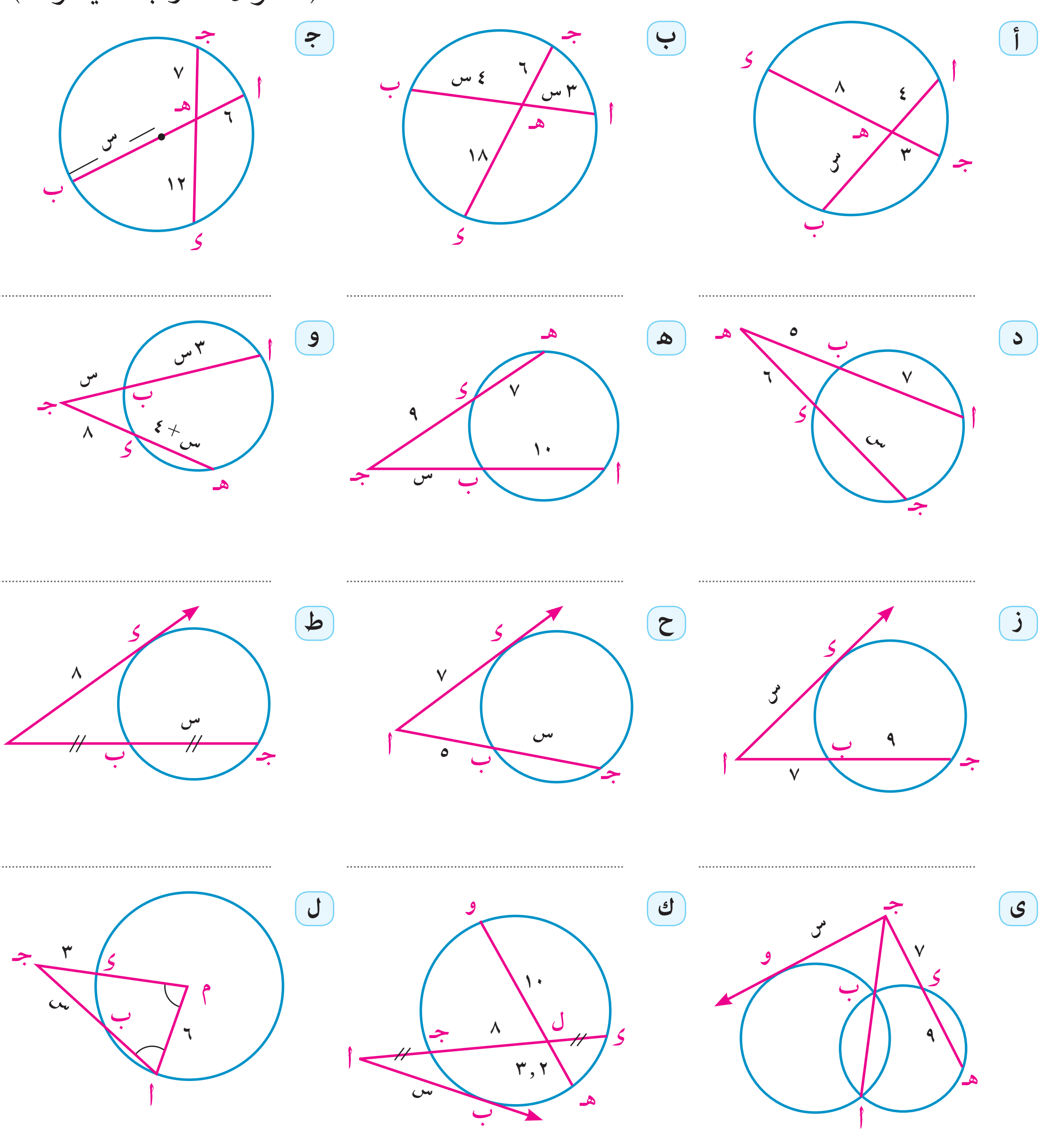
....

....

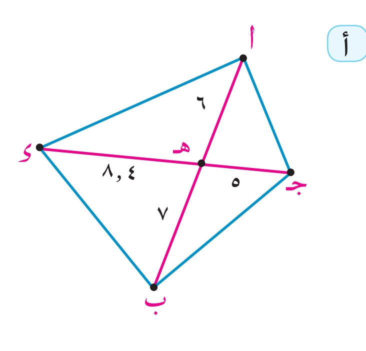
٢ - ٤ تطبيقات التشابه فى الدائرة

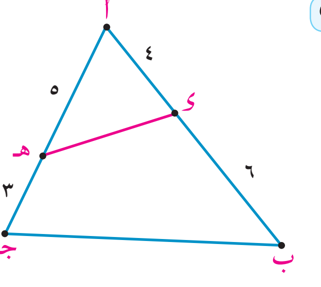
Applications of similarity in the circle

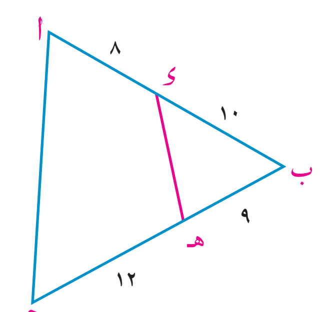
① باستخدام الآلة الحاسبة أو الحساب العقلى، أوجد قيمة س العددية فى كل من الأشكال التالية.
(الأطوال مقدرة بالسنتيمترات)



② فى أىٍّ من الأشكال التالية تقع النقط أ، ب، جـ، ى على دائرة واحدة؟ فسِّر إجابتك.
(الأطوال مقدرة بالسنتيمترات)

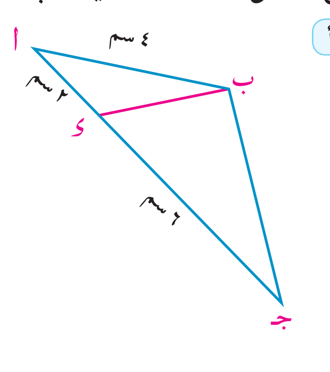
أ


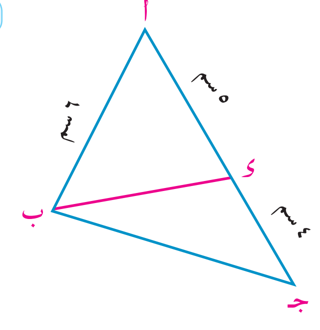
ب


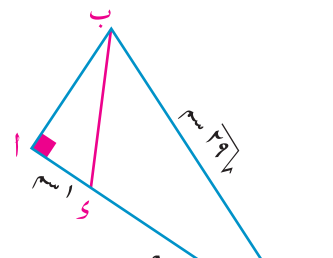
جـ


....

③ فى أىٍّ من الأشكال التالية $\overline{\text{أب}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط ب، جـ، ى.

أ


ب


جـ


....

④ دائرتان متقاطعتان فى أ، ب . جـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، جـ ∉ $\overline{\text{أب}}$ رُسِمَ من جـ القطعتان $\overline{\text{جـ س}}$، $\overline{\text{جـ ص}}$ مماستان للدائرتين عند س، ص. أثبت أن جـ س = جـ ص.

....

....

....

⑤ **فى الشكل المقابل**: الدائرتان م، ن متماستان عند هـ
$\overleftrightarrow{\text{أجـ}}$ يمس الدائرة م عند ب، ويمس الدائرة ن عند جـ،
$\overleftrightarrow{\text{أهـ}}$ يقطع الدائرتين عند و، ى على الترتيب
حيث أو = ٤سم، و هـ = ٥سم، هـ ى = ٧سم.
أثبت أن ب منتصف $\overline{\text{أجـ}}$

....

....

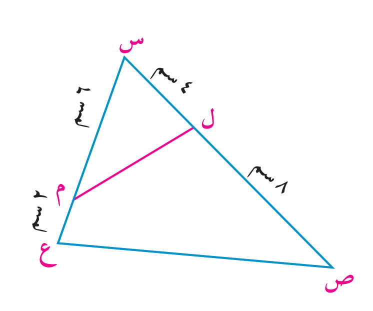
....

٦ في الشكل المقابل: ل ∈ $\overline{\text{س ص}}$ حيث س ل = ٤سم، ص ل = ٨سم ، م ∈ $\overline{\text{س ع}}$ حيث س م = ٦سم ، ع م = ٢سم

أثبت أن:

أ △س ل م ~ △س ع ص

ب الشكل ل ص ع م رباعي دائري.



....

....

....

٧ $\overline{\text{أ ب}}$ ∩ $\overline{\text{جـ ى}}$ = {هـ}، أ هـ = $\frac{٥}{١٢}$ ب هـ، ى هـ = $\frac{٣}{٥}$ هـ جـ، إذا كان ب هـ = ٦سم، جـ هـ = ٥سم.

أثبت أن النقط أ، ب، جـ، ى تقع على دائرة واحدة.

....

....

٨ أ ب جـ مثلث، ى ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$ حيث ى ب = ٥سم، ى جـ = ٤سم. إذا كان أ جـ = ٦سم. أثبت أن:

أ $\overline{\text{أ جـ}}$ مماسة للدائرة التي تمر بالنقط أ، ب، ى.

ب △أ جـ ى ~ △ب جـ أ

جـ م (△أ ب ى) : م (△أ ب جـ) = ٥ : ٩

....

....

....

....

٩ دائرتان متحدتا المركز م، طولا نصفي قطريهما ١٢سم، ٧سم، رسم الوتر $\overline{\text{أ ى}}$ في الدائرة الكبرى ليقطع الدائرة الصغرى في ب ، جـ على الترتيب. أثبت أن: أ ب × ب ى = ٩٥

....

....

....

١٠ أ ب جـ ى مستطيل فيه أ ب = ٦سم، ب جـ = ٨سم. رسم $\overleftarrow{\text{ب هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ جـ}}$ فقطع $\overline{\text{أ جـ}}$ في هـ، $\overline{\text{أ ى}}$ في و.

أ أثبت أن (أ ب)^{٢} = أ و × أ ى.

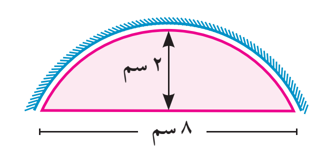
ب أوجد طول $\overline{\text{أ و}}$.

....

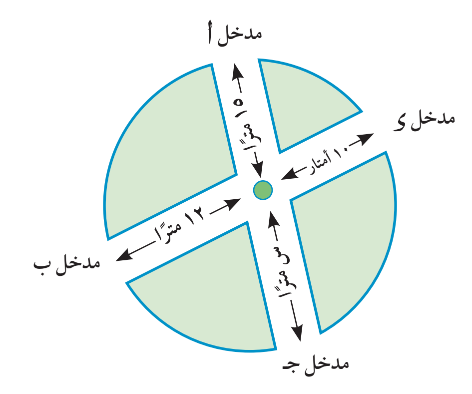
....

....

١١ **الربط مع الصناعة:** كُسر أحد تروس آلة ولاستبداله مطلوب معرفة طول نصف قطر دائرته. يبين الشكل المقابل جزءًا من هذا الترس، والمطلوب تعيين طول نصف قطر دائرته ....

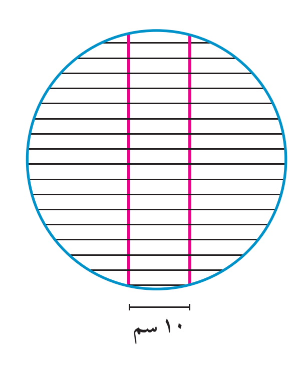


١٢ **الربط مع البيئة:** يبين الشكل المقابل مخططًا لحديقة على شكل دائرة بها طريقان يتقاطعان عند نافورة المياه. أوجد بُعْد نافورة المياه عند المدخل جـ.



١٣ **الربط مع المنزل:** تستخدم هدى شبكة لشى اللحوم على شكل دائرة من السلك، طول قطرها ٥٠سم، يدعمها من الوسط سلكان متوازيان ومتساويان فى الطول كما فى الشكل المقابل، والبعد بينهما ١٠سم.

احسب طول كل من سلكى الدعامة...

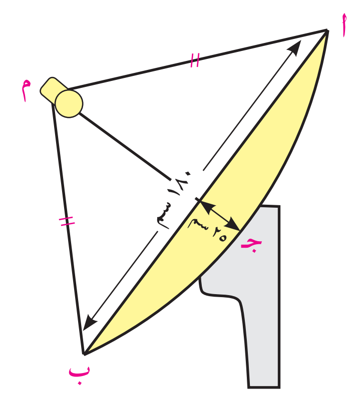


١٤ **الربط مع الاتصال:** تنقل الأقمار الصناعية البرامج التليفزيونية إلى كافة مناطق الأرض، وتستخدم أطباق خاصة لاستقبال إشارات البث التليفزيونى، وهى أطباق مقعرة على شكل جزء من سطح كرة.

يبين الشكل المقابل مقطعًا فى أحد هذه الأطباق، طول قطره ١٨٠سم، والمطلوب حساب طول نصف قطر كرة تقعره $\overline{م أ}$.

....

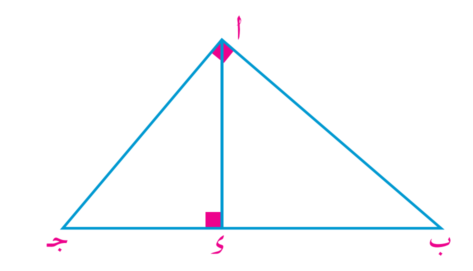
....

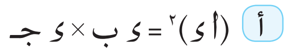


تمارين عامة



١ **فى الشكل المقابل:** أى العبارات التالية غير صحيحة:





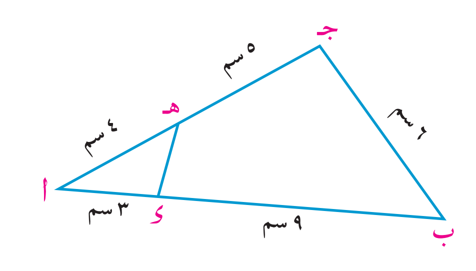
أ (أ ء)^2 = ء ب × ء جـ

ب (أ ب)^2 = ب ء × ب جـ

جـ أ جـ × ب جـ = أ ب × أ ء

د أ ب × أ جـ = أ ء × ب جـ

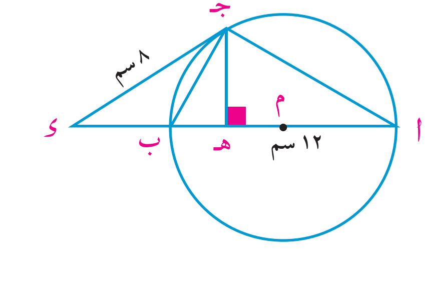
٢ **فى الشكل المقابل:** أ ب جـ مثلث ء ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{أ جـ}}$.



أثبت أن △أ ء هـ ~ △أ جـ ب

ثم أوجد طول $\overline{\text{هـ ء}}$

٣ **فى الشكل المقابل:** $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م، طوله ١٢سم



ء ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ حيث أ ء = ١٦سم، جـ تقع على الدائرة

حيث جـ ء = ٨سم. $\overline{\text{جـ هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$. أثبت أن:



أ $\overline{\text{جـ ء}}$ مماسة للدائرة م.

ب △ء جـ ب ~ △ء أ جـ

جـ جـ هـ = ٤,٨سم

٤ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب. $\overline{\text{ب ء}}$ ⊥ $\overline{\text{أ جـ}}$، أ ب = ١٥سم، أ ء = ٩سم. رسم على $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ من الخارج المربعان أ ب ص س، ب جـ هـ و.

أ أثبت أن المضلع ء أ س ص ب ~ المضلع ء ب و هـ جـ.

ب أوجد مـ (المضلع ء أ س ص ب) : مـ (المضلع ء ب و هـ جـ)

تمارين عامة

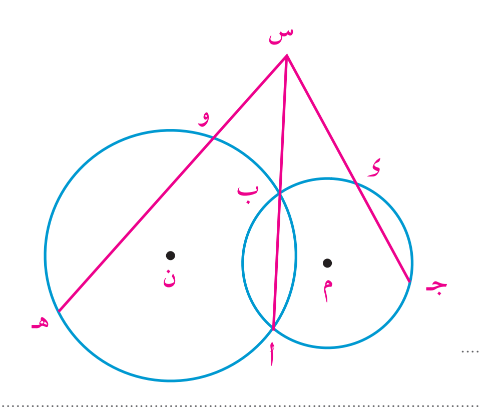
⑤ **فى الشكل المقابل**: الدائرتان م، ن متقاطعتان فى أ، ب

$\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{جـ ى} \cap \overleftrightarrow{هـ و} = \{س\}$ حيث

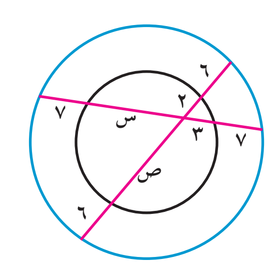
س ى = ٢ ى جـ، هـ و = ١٠سم، و س = ٦ سم

أ أثبت أن الشكل جـ ى و هـ رباعى دائرى.

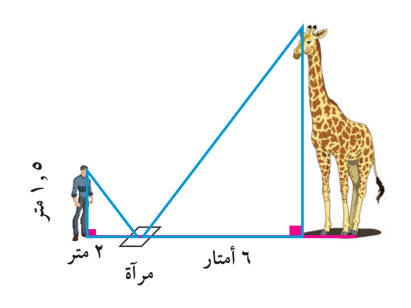
ب أوجد طول $\overline{جـ ى}$



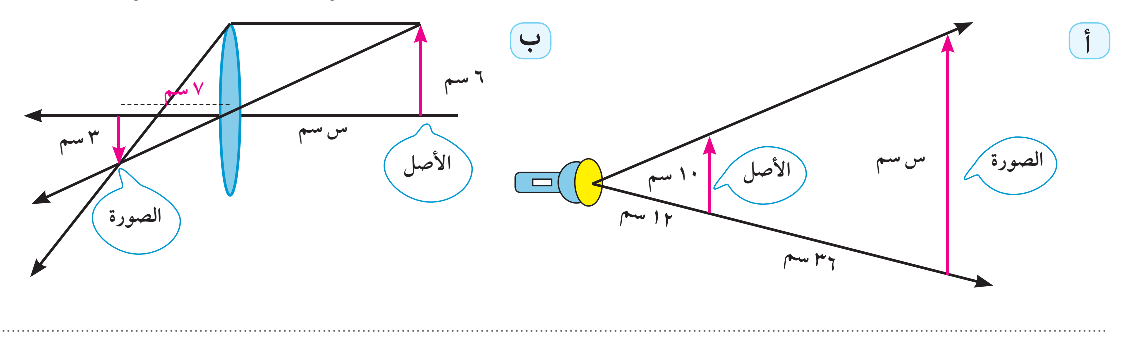
⑥ **فى الشكل المقابل**: دائرتان متحدتا المركز،
والأطوال المبينة للقطع المستقيمة بالسنتيمترات.
أوجد قيم س، ص العددية.



⑦ حديقة حيوان: فى رحلة مدرسية إلى حديقة الحيوان أراد حسام أن يعرف ارتفاع حيوان الزرافة. وضع حسام مرآة مستوية على الأرض تبعد عنه متران وعن الزرافة ٦ أمتار، فإذا كان حسام والمرآة والزرافة على استقامة واحدة وارتفاع حسام ١,٥ مترًا . كم يبلغ ارتفاع الزرافة.



⑧ الربط بالفيزياء: احسب معامل مغير البعد، واحسب قيمة س العددية فى كل شكل مما يلى.



اختبار الوحدة

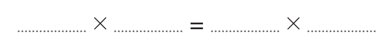
١ أكمل ما يأتي:

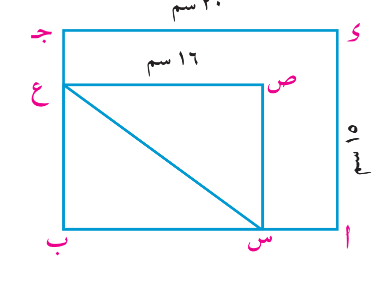
أ المضلعان المشابهان لثالث ....

ب إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة فى مثلثين فإنهما ....

ج إذا كانت النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين ٣ : ٥ فإن النسبة بين مساحتيهما ....

د إذا تقاطع وتران $\overline{أ ب}$ ، $\overline{جـ ى}$ لدائرة فى نقطة س فإن:





هـ إذا كان المستطيل أ ب جـ ى ~ المستطيل س ب ع ص،

أ ى = ١٥سم ، جـ ى = ٢٠سم، ص ع = ١٦سم

فإن: س ع = ...

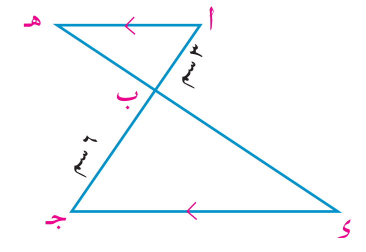
٢ **فى الشكل المقابل:** $\overline{أ هـ}$ // $\overline{ى جـ}$، $\overline{أ جـ}$ ∩ $\overline{هـ ى}$ = {ب}،

أ ب = ٣سم، ب جـ = ٦سم، هـ ى = ١٢سم

فأوجد طول $\overline{هـ ب}$

....

....



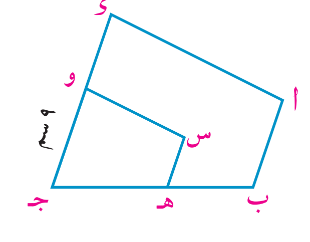
٣ **فى الشكل المقابل:** المضلع أ ب جـ ى ~ المضلع س هـ جـ و

أثبت أن $\overline{أ ب}$ // $\overline{س هـ}$

و إذا كانت س هـ = $\frac{1}{2}$ أ ب، جـ و = ٩سم فأوجد طول $\overline{و ى}$

....

....



٤ أ ب جـ مثلث فيه س ∈ $\overline{أ ب}$ بحيث كان أ س = ٨سم، س ب = ١٢سم

ص ∈ $\overline{أ جـ}$، بحيث كان أ ص = ١٠سم، ص جـ = ٦سم.

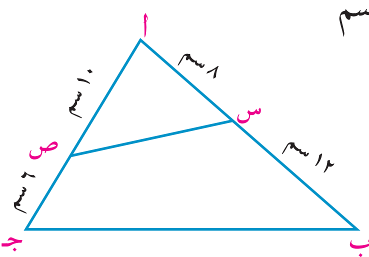
أثبت أن:

أ △ أ ب جـ ~ △ أ ص س

ب الشكل س ب جـ ص رباعى دائرى.

....

....



٥ $\overline{أ ب}$ ، $\overline{جـ ى}$ وتران فى دائرة متقاطعان، فى هـ فإذا كان هـ منتصف $\overline{أ ب}$ ، جـ هـ = ٤سم، هـ ى = ٩سم

فأوجد طول $\overline{أ ب}$ . ...

اختبار تراكمى

أسئلة الاختيار من متعدد

(١) إذا كان $\frac{٢س + ١}{س + ١} = \frac{٣}{٢}$ فإن ١١ − س تساوى:

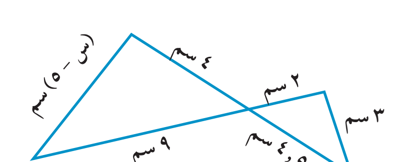
أ −١٠ ب صفرًا ج ٥ د ١٠

(٢) مستعينًا بمعطيات الشكل، فإن س تساوى:

أ ٣٢ ب ١٨

ج ٢٧ د ٥١

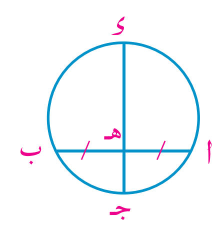
(٣) مستعينًا بمعطيات الشكل، فإن س تساوى:



أ ٥ ب ١١

ج ١٢ د ١٤

(٤) فى الشكل المقابل: أ ب = ١٢سم، جـ هـ = ٤ سم، فإن هـ ى تساوى:



أ ٥ سم ب ٦ سم

ج ٨ سم د ٩ سم

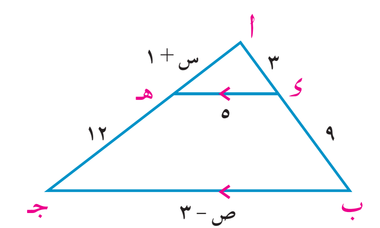
(٥) مستطيلان متشابهان بعدا الأول ١٠ سم، ٨ سم، ومحيط الثانى ١٠٨ سم فإن طول المستطيل الثانى يساوى:

أ ١٨ سم ب ٢٤ سم ج ٣٠ سم د ٣٦ سم

الأسئلة ذات الإجابات القصيرة:

(٦) فى الشكل المقابل: أوجد قيمة كل من س، ص

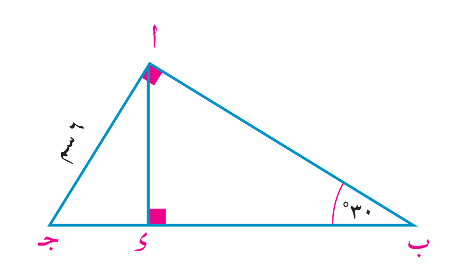
الأطوال مقدرة بالسنتيمترات.



(٧) أ ب جـ مثلث فيه أ ب = أ جـ، ى ∈ $\overline{ب جـ}$. رسم $\overline{ى هـ}$ ⊥ $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ى و}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$.

أثبت أن: $\frac{ب هـ}{جـ و} = \frac{ى هـ}{ى و}$

اختبار تراكمى



٨ فى الشكل المقابل: $\overline{\text{أ ب}}$ ⊥ $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$

ق (∠ ب) = ٣٠° ، أ جـ = ٦ سم

أوجد طول كل من: $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$

التمارين ذات الإجابات الطويلة:

٩ أ ب جـ ء شبه منحرف تقاطع قطراه فى هـ، إذا كان $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ أثبت أن: $\frac{\text{أ هـ}}{\text{هـ جـ}} = \frac{\text{ء هـ}}{\text{هـ ب}}$

١٠ فى الشكل المقابل: أ ب جـ ء مستطيل، م دائرة طول نصف قطرها ٦ سم

وتمس $\overline{\text{أ ب}}$ عند هـ، $\overline{\text{جـ ء}}$ عند و.

رسم $\overleftarrow{\text{م ص}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$ ويقطع الدائرة فى س، $\overline{\text{أ ء}}$ فى ص.

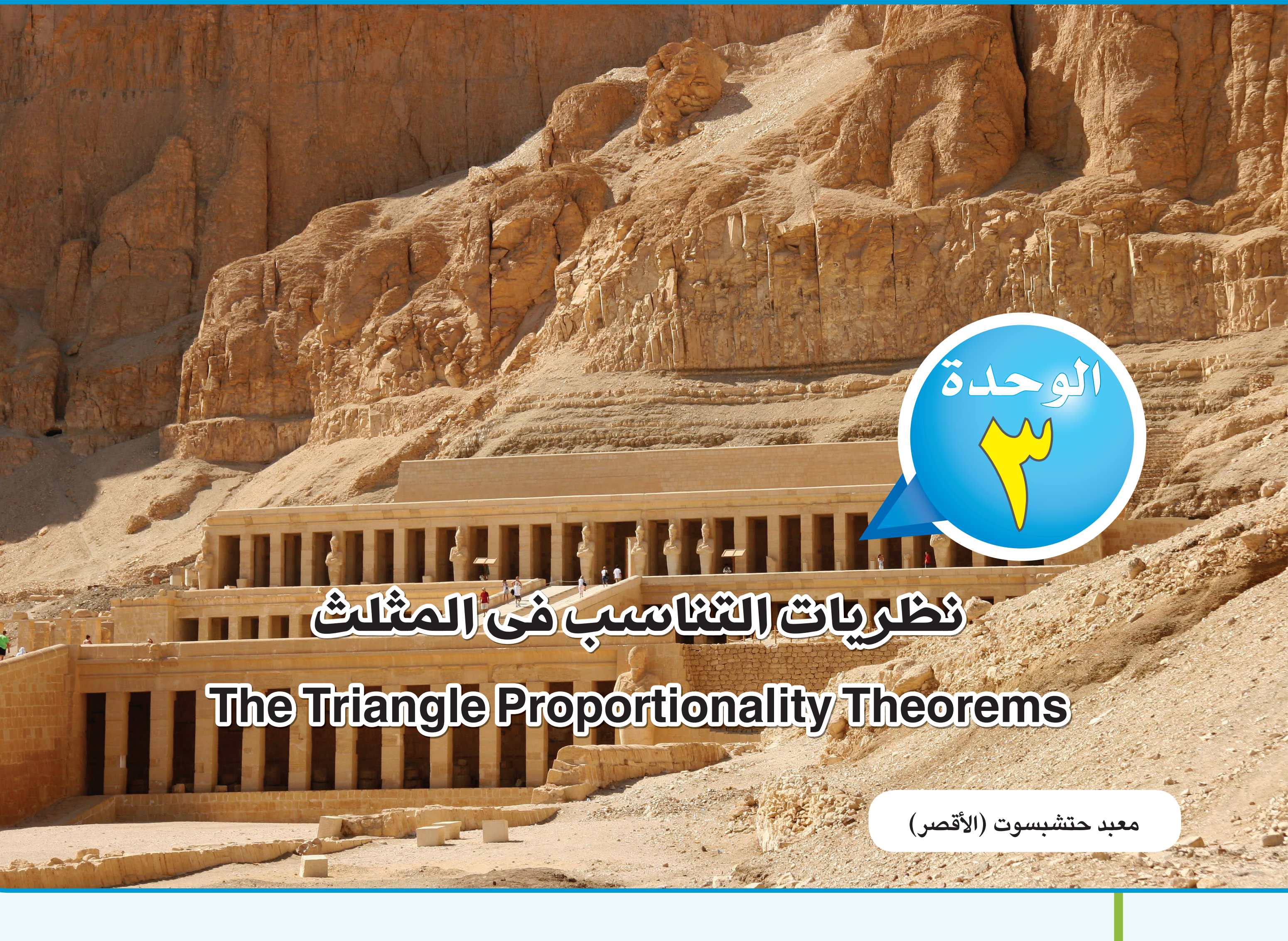
إذا كان: س ص = ٢سم، $\frac{\text{م (△ أ هـ م)}}{\text{م (△ أ ب جـ)}} = \frac{١}{٤}$

أوجد طول $\overline{\text{ب هـ}}$، $\overline{\text{ب جـ}}$

هل تحتاج لمساعدة أضافية؟

إن لم تستطع الإجابة عن أى من الأسئلة السابقة فارجع للجدول التالى:

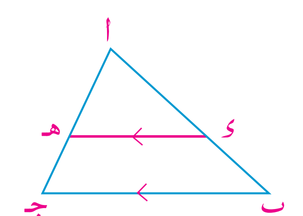
رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
رقم الدرس	١	مهارات	٣	٥	٢	٣	٣	٣	٣	٤


الوحدة
٣
نظريات التناسب فى المثلث
The Triangle Proportionality Theorems
معبد حتشبسوت (الأقصر)

دروس الوحدة

٣ - ١ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

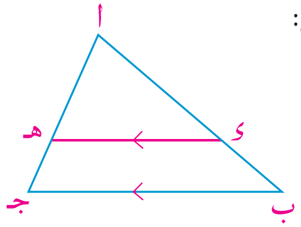
Parallel lines and proportional parts



١ في الشكل المقابل $\overline{ى هـ} // \overline{ب جـ}$ أكمل:

أ إذا كان $\frac{أ ى}{ى ب} = \frac{٥}{٣}$ فإن: $\frac{أ ب}{ب ى} = \frac{.......}{.......}$ ، $\frac{جـ هـ}{أ هـ} = \frac{.......}{.......}$

ب إذا كان $\frac{أ هـ}{أ جـ} = \frac{٤}{٧}$ فإن: $\frac{جـ هـ}{أ هـ} = \frac{.......}{.......}$ ، $\frac{ب ى}{أ ب} = \frac{.......}{.......}$



٢ في الشكل المقابل $\overline{ى هـ} // \overline{ب جـ}$. حدد العبارات الصحيحة من ما يلي:

أ $\frac{أ ب}{ى ب} = \frac{أ هـ}{هـ جـ}$

ب $\frac{أ ى}{أ هـ} = \frac{ب ى}{هـ جـ}$

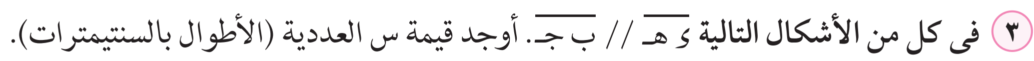
جـ $\frac{أ ب}{ى ب} = \frac{أ جـ}{أ هـ}$

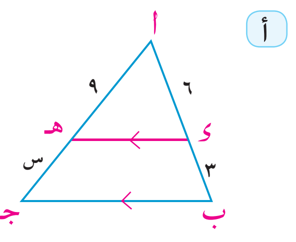
د $\frac{أ ب}{ب ى} = \frac{أ جـ}{جـ هـ}$

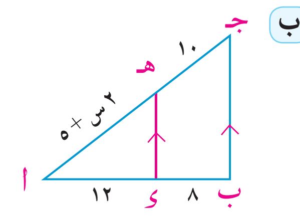
هـ $\frac{أ جـ}{أ ى} = \frac{أ ب}{أ هـ}$

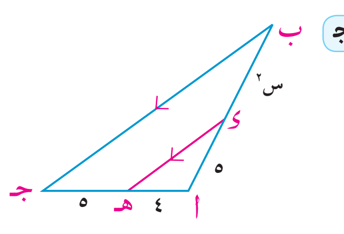
و $\frac{جـ هـ}{ب ى} = \frac{أ جـ}{أ ب}$

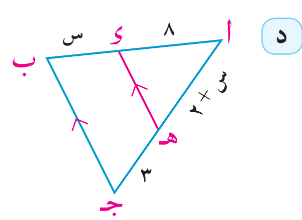
٣ في كل من الأشكال التالية $\overline{ى هـ} // \overline{ب جـ}$. أوجد قيمة س العددية (الأطوال بالسنتيمترات).

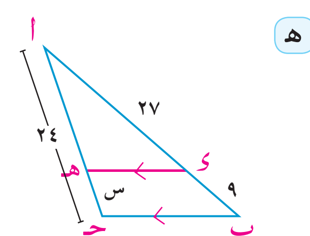


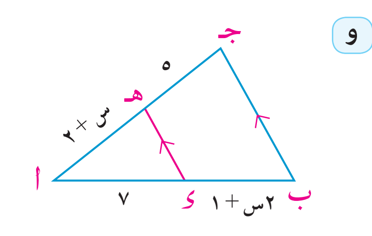


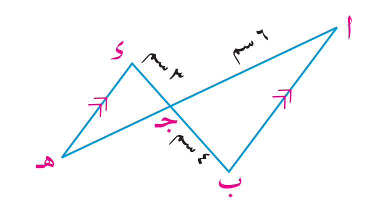












٤ في الشكل المقابل: $\overline{أ ب} // \overline{ى هـ}$ ، $\overline{أ هـ} \cap \overline{ب ى} = \{جـ\}$

أ جـ = ٦سم، ب جـ = ٤سم، جـ ى = ٣سم

أوجد طول $\overline{جـ هـ}$

٥ $\overline{\text{س ص}} \cap \overline{\text{ع ل}}$ = {م}، حيث $\overline{\text{س ع}}$ // $\overline{\text{ل ص}}$، فإذا كان س م = ٩سم، ص م = ١٥سم، ع ل = ٣٦ سم.
أوجد طول $\overline{\text{ع م}}$.



٦ لكل مما يأتى: استخدم الشكل المقابل والبيانات المعطاة لإيجاد قيمة س:

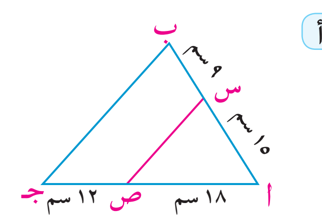


أ) أ ء = ٤ ، ب ء = ٨ ، جـ هـ = ٦ ، أ هـ = س.
ب) أ هـ = س ، هـ جـ = ٥، أ ء = س - ٢ ، ء ب = ٣.
جـ) أ ب = ٢١ ، ب و = ٨ ، و جـ = ٦ ، أ ء = س.
د) أ ء = س ، ب و = س + ٥ ، ٢ء ب = ٣و جـ = ١٢.

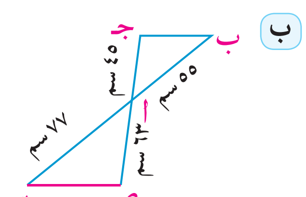
٧ فى كل من الأشكال التالية، حدد ما إذا كان $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$



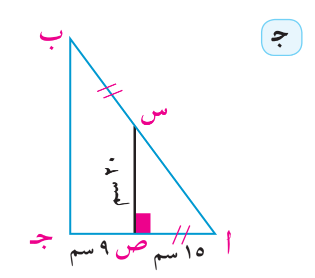
أ)



ب)



جـ)



٨ س ص ع مثلث فيه س ص = ١٤سم، س ع = ٢١سم، ل ∈ $\overline{\text{س ص}}$ بحيث س ل = ٥,٦سم،
م ∈ $\overline{\text{س ع}}$ حيث س م = ٨,٤سم. أثبت أن $\overline{\text{ل م}}$ // $\overline{\text{ص ع}}$

٩ فى المثلث أ ب جـ، ء ∈ $\overline{\text{أ ب}}$، هـ ∈ $\overline{\text{أ جـ}}$، ٥أ هـ = ٤ هـ جـ.
إذا كان أ ء = ١٠ سم، ء ب = ٨سم. حدد ما إذا كان $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$. فسر إجابتك.

١٠ أ ب جـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى هـ. فإذا كان أ هـ = ٦سم، ب هـ = ١٣سم، هـ و = ١٠سم،
هـ ء = ٧,٨سم. أثبت أن الشكل أ ب جـ ء شبه منحرف.

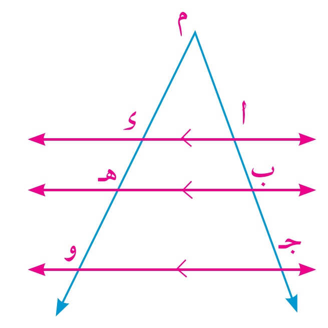
١١ أثبت أن القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث يوازى ضلعه الثالث، وطولها يساوى نصف طول هذا الضلع.

١٢ أ ب جـ مثلث، ء ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ حيث ٣أ ء = ٢ ء ب، هـ ∈ $\overline{\text{أ جـ}}$ حيث ٥ جـ هـ = ٣ أ جـ، رسم $\overline{\text{أ س}}$ يقطع $\overline{\text{ب جـ}}$ فى س. إذا كان أ و = ٨سم، أ س = ٢٠سم، حيث و ∈ $\overline{\text{أ س}}$. أثبت أن النقط ء، و، هـ على استقامة واحدة.

١٣ أ ب جـ مثلث، ء ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$، بحيث $\frac{\text{ب ء}}{\text{ء جـ}} = \frac{٣}{٤}$، هـ ∈ $\overline{\text{أ ء}}$، بحيث $\frac{\text{أ هـ}}{\text{أ ء}} = \frac{٣}{٧}$، رسم $\overleftrightarrow{\text{جـ هـ}}$ فقطع $\overline{\text{أ ب}}$ فى س، رسم $\overleftrightarrow{\text{ء ص}}$ // $\overline{\text{جـ س}}$ فقطع $\overline{\text{أ ب}}$ فى ص. أثبت أن أ س = ب ص.

١٤ أ ب جـ ء مستطيل تقاطع قطراه فى م. هـ منتصف $\overline{\text{أ م}}$، و منتصف م جـ. رسم $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ يقطع $\overline{\text{أ ب}}$ فى س، ورسم $\overleftrightarrow{\text{ء و}}$ يقطع $\overline{\text{ب جـ}}$ فى ص. أثبت أن: $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{أ جـ}}$.

١٥ اكتب ما تساويه كل من النسب التالية مستخدمًا الشكل المقابل:



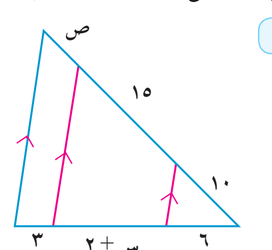
أ $\frac{\text{ا ب}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{ء هـ}}{\cdots\cdots}$ ب $\frac{\text{ا جـ}}{\text{ب جـ}} = \frac{\cdots\cdots}{\text{هـ و}}$

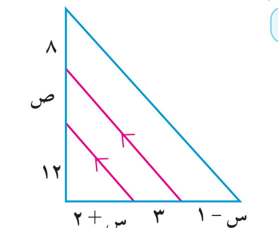
جـ $\frac{\text{م ا}}{\text{ا ب}} = \frac{\text{م ء}}{\cdots\cdots}$ د $\frac{\text{ا جـ}}{\text{ا ب}} = \frac{\cdots\cdots}{\text{ء هـ}}$

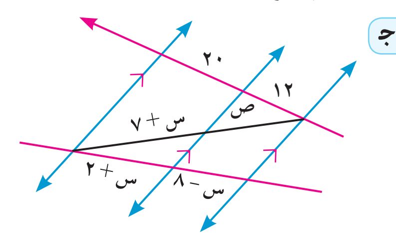
هـ $\frac{\text{م ب}}{\text{ا ب}} = \frac{\cdots\cdots}{\text{ء هـ}}$ و $\frac{\text{م جـ}}{\text{ا جـ}} = \frac{\text{م و}}{\cdots\cdots}$

ز $\frac{\text{ب جـ}}{\text{م ب}} = \frac{\text{هـ و}}{\cdots\cdots}$ ح $\frac{\text{ء و}}{\text{م و}} = \frac{\text{ا جـ}}{\cdots\cdots}$

١٦ فى كل من الأشكال التالية، احسب قيم س، ص العددية (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات)

أ


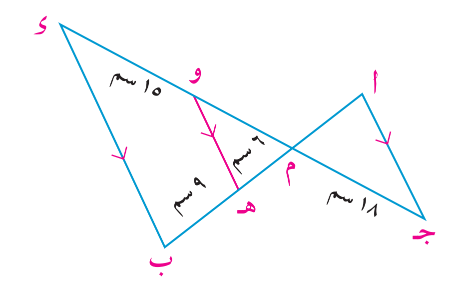
ب


جـ


١٧ فى الشكل المقابل:

$\overline{\text{أب}} \cap \overline{\text{جـ ء}} = \{\text{م}\}$، هـ ∈ $\overline{\text{م ب}}$ ،

و ∈ $\overline{\text{م ء}}$ ، $\overline{\text{أجـ}} \,//\, \overline{\text{و هـ}} \,//\, \overline{\text{ء ب}}$



أوجد:

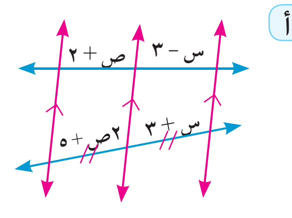
أ طول $\overline{\text{م و}}$

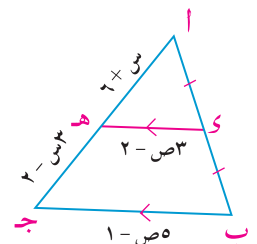
ب طول $\overline{\text{أم}}$

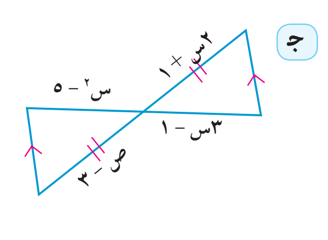
١٨ $\overleftrightarrow{\text{أب}} \cap \overleftrightarrow{\text{جـ ء}} = \{\text{هـ}\}$، س ∈ $\overline{\text{أب}}$ ، ص ∈ $\overline{\text{جـ ء}}$ ، وكان $\overline{\text{س ص}} \,//\, \overline{\text{ب ء}} \,//\, \overline{\text{أجـ}}$

أثبت أن: أ س × هـ ء = جـ ص × هـ ب

١٩ فى كل من الأشكال التالية، احسب قيم س، ص العددية:

أ


ب


جـ


٢٠ أ ب جـ ء شكل رباعى فيه $\overline{\text{أب}} \,//\, \overline{\text{جـ ء}}$ ، تقاطع قطراه فى م، نصف $\overline{\text{ب جـ}}$ فى هـ، ورسم $\overrightarrow{\text{هـ و}} \,//\, \overline{\text{ب أ}}$، ويقطع $\overline{\text{ب ء}}$ فى س ، $\overline{\text{أجـ}}$ فى ص ، $\overline{\text{أء}}$ فى و.

أثبت أن:

أ هـ ص = $\frac{1}{2}$ أ ب.

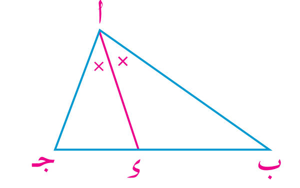
ب $\frac{\text{اص}}{\text{جـم}} = \frac{\text{ب س}}{\text{ء م}}$

منصفا الزاوية فى المثلث والأجزاء المتناسبة

Angle Bisectors and Proportional Parts

(١) فى الشكل المقابل: أ ى ينصف ∠ أ. أكمل:





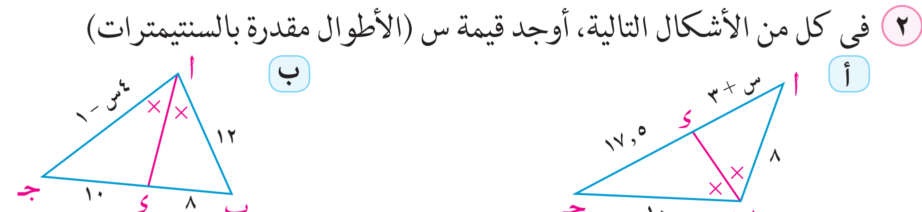
أ) $\frac{\text{ب ى}}{\text{ى جـ}}$ = ...

ب) $\frac{\text{أ جـ}}{\text{أ ب}}$ = ...

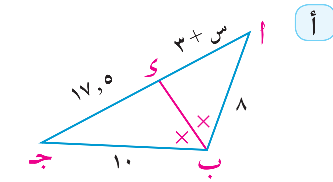
جـ) $\frac{\text{ب ى}}{\text{ب أ}}$ = ...

د) أ ب × جـ ى = ...

(٢) فى كل من الأشكال التالية، أوجد قيمة س (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات)



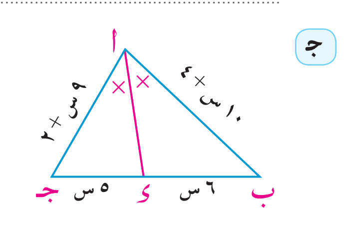
أ)



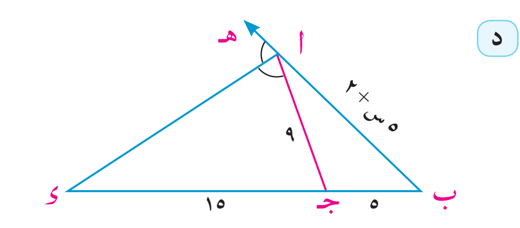
ب)

....

جـ)



د)



....

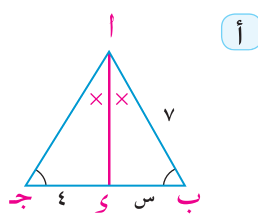
(٣) أ ب جـ مثلث محيطه ٢٧سم، رسم ب ى ينصف ∠ ب ويقطع أ جـ فى ى.

إذا كان أ ى = ٤سم، جـ ى = ٥سم، أوجد طول كل من أ ب ، ب جـ، أ ى

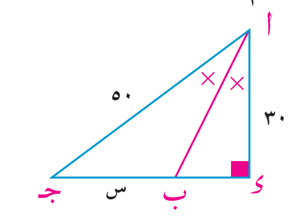
....

(٤) فى كل من الأشكال التالية أوجد قيمة س، ثم أوجد محيط △ أ ب جـ.

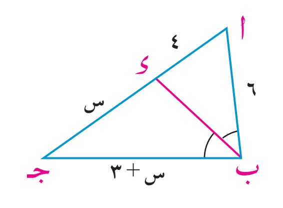
أ)



ب)



جـ)

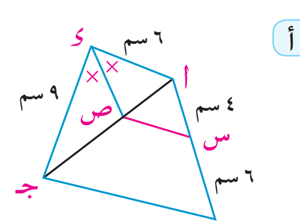


(٥) أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ٨سم، أ جـ = ٤سم، ب جـ = ٦سم، رسم أ ى ينصف أ ويقطع ب جـ فى ى، ورسم أ هـ ينصف ∠ أ الخارجة ويقطع ب جـ فى هـ أوجد طول كل من ى هـ، أ ى ، أ هـ .

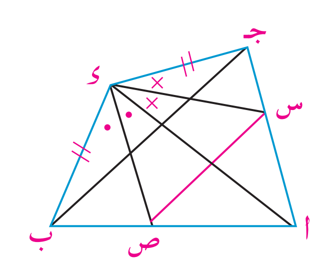
....

٦ في كل من الأشكال التالية: أثبت أن $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

أ



ب

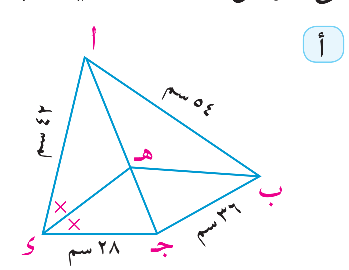


....

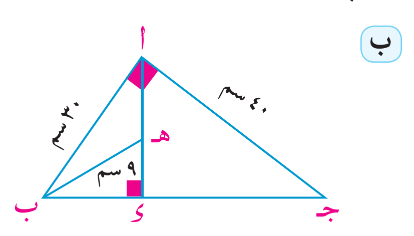
....

٧ في كل من الأشكال التالية، أثبت أن $\overleftarrow{\text{ب هـ}}$ ينصف ∠ أ ب جـ.

أ



ب



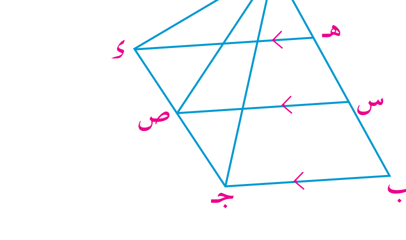
....

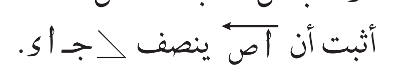
....

٨ في الشكل المقابل: $\overline{\text{هـ ء}}$ // $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$،

أ ء × ب س = أ جـ × هـ س.

أثبت أن $\overleftarrow{\text{أ ص}}$ ينصف ∠ جـ أ ء.





....

....

٩ أ ب جـ مثلث ء ∈ $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ ، ء ∉ $\overline{\text{ب جـ}}$ حيث جـ ء = أ ب. رسم $\overleftarrow{\text{جـ هـ}}$ // $\overline{\text{ء أ}}$ ويقطع $\overline{\text{أ ب}}$ في هـ، ورسم $\overleftarrow{\text{هـ و}}$ // $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ ويقطع $\overline{\text{أ جـ}}$ في و وأثبت أن $\overleftarrow{\text{ب و}}$ ينصف ∠ أ ب جـ

....

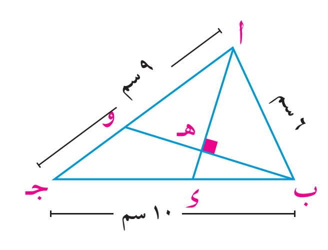
١٠ في الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ٦سم، أ جـ = ٩سم،

ب جـ = ١٠سم. ء ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$ بحيث ب ء = ٤سم .

رسم $\overleftarrow{\text{ب هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ء}}$ ويقطع $\overline{\text{أ ء}}$ ، $\overline{\text{أ ب}}$ في هـ، و على الترتيب.

أ أثبت أن $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ ينصف ∠ أ.

ب أوجد م (△ أ ب و) : م (△ جـ ب و)



....

٣ - ٣

تطبيقات التناسب فى الدائرة

Applications of Proportionality in the Circle

(١) حدد موقع كل من النقط التالية بالنسبة إلى الدائرة م، والتى طول نصف قطرها ١٠سم، ثم احسب بُعدَ كل نقطة عن مركز الدائرة.

(أ) $و_م$(أ) = −٣٦ (ب) $و_م$(ب) = ٩٦ (ج) $و_م$(جـ) = صفر

(٢) أوجد قوة النقطة المعطاة بالنسبة إلى الدائرة م، والتى طول نصف قطرها نق:

(أ) النقطة أ حيث أ م = ١٢سم ، نق = ٩ سم

(ب) النقطة ب حيث ب م = ٨ سم، نق = ١٥ سم

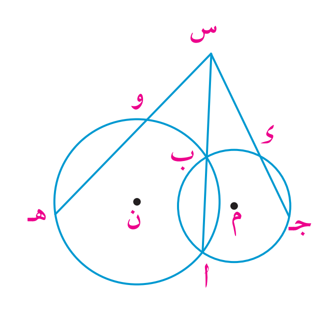
(ج) النقطة جـ حيث جـ م = ٧ سم، نق = ٧ سم

(د) النقطة ء حيث ء م = $\sqrt{١٧}$ سم، نق = ٤ سم

(٣) إذا كان بعد نقطة عن مركز دائرة يساوى ٢٥سم وقوة هذه النقطة بالنسبة إلى الدائرة يساوى ٤٠٠.
أوجد طول نصف قطر هذه الدائرة.

(٤) الدائرة م طول نصف قطرها ٢٠سم. أ نقطة تبعد عن مركز الدائرة مسافة ١٦سم، رسم الوتر $\overline{\text{ب جـ}}$ حيث أ ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$ ، أ ب = ٢ أ جـ. إحسب طول الوتر $\overline{\text{ب جـ}}$.

(٥) **فى الشكل المقابل**: الدائرتان م، ن متقاطعتان فى أ، ب
حيث $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$ = {س}، س ء = ٢ ء جـ ، هـ و = ١٠سم،
$و_ن$(س) = ١٤٤.

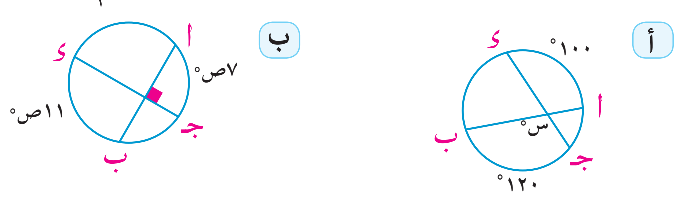


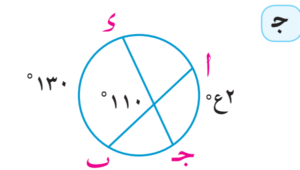
(أ) أثبت أن $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ محور أساسى للدائرتين م، ن.

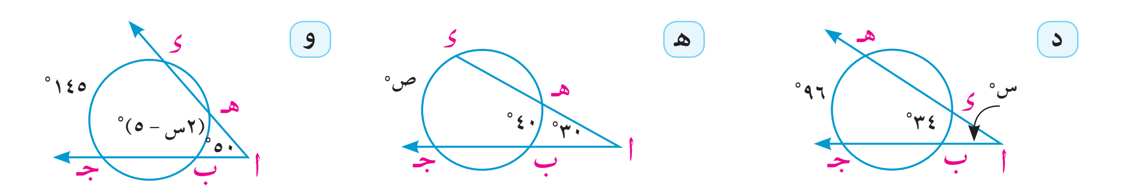
(ب) أوجد طول كل من $\overline{\text{س جـ}}$، $\overline{\text{س و}}$

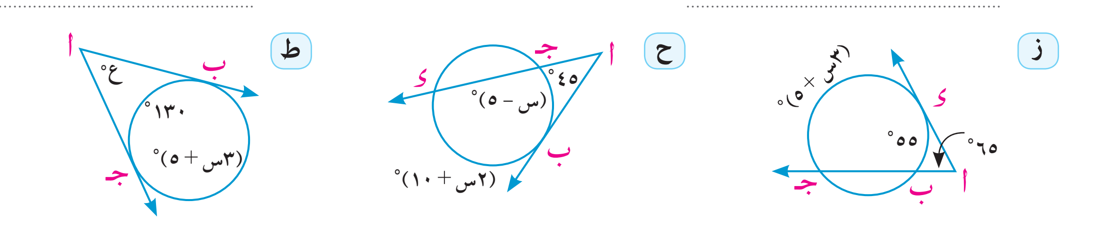
(ج) أثبت أن الشكل جـ ء و هـ رباعى دائرى.

٦ مستعينًا بمعطيات الشكل، أوجد قيمة الرمز المستخدم فى القياس.







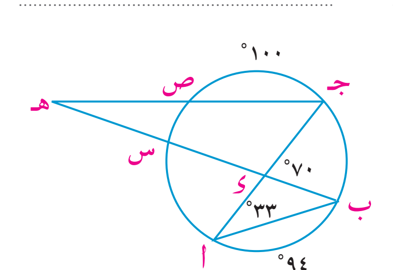


٧ فى الشكل المقابل: ق(∠ب أ جـ) = ٣٣°، ق(∠ب ى جـ) = ٧٠°، ق(⌒أ ب) = ٩٤°، ق(⌒جـ ص) = ١٠٠° أوجد قياس كل من:

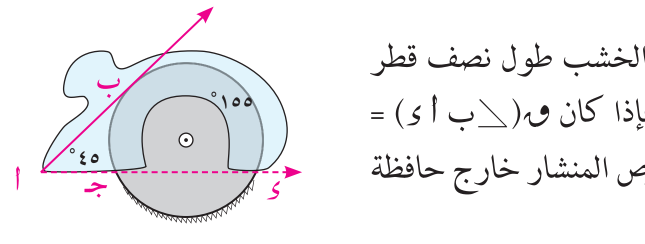
أ ⌒س ص

ب ⌒أ س

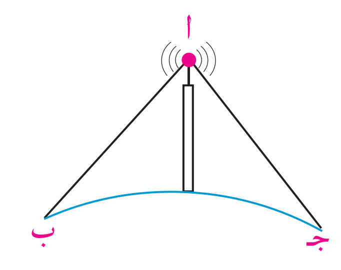
جـ ∠ب هـ جـ



٨ **الربط مع الصناعة:** منشار دائرى لقطع الخشب طول نصف قطر دائرته ١٠سم. يدور داخل حافظة حماية، فإذا كان ق(∠ب أ ى) = ٤٥°، ق(⌒ب ى) = ١٥٥° أوجد طول قوس قرص المنشار خارج حافظة الحماية.



٩ **اتصالات:** تتبع الإشارات التى تصدر عن برج الاتصالات فى مسارها شعاعًا، نقطة بدايته على قمة البرج، ويكون مماسًا لسطح الأرض، كما فى الشكل المقابل. حدد قياس القوس المحصور بالمماسين بفرض أن البرج يقع على مستوى سطح البحر، ق(∠جـ أ ب) = ٨٠°



تمارين عامة

① أكمل العبارات التالية:

أ) المنصفان الداخلى والخارجي لزاوية واحدة ....

ب) منصفات زوايا المثلث تتقاطع فى ....

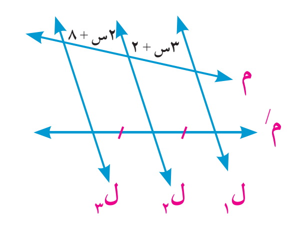
ج) إذا رسم مستقيم يوازى أحد أضلاع مثلث، ويقطع الضلعين الآخرين فإنه ....

د) المنصف الخارجي لزاوية رأس المثلث المتساوى الساقين .... قاعدة المثلث.

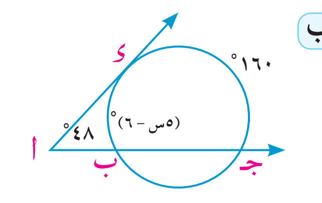
هـ) إذا كانت قوة النقطة أ بالنسبة للدائرة م كمية سالبة، فإن نقطة أ تقع ....

② مستعينًا بمعطيات الشكل، أوجد قيمة الرمز المستخدم فى القياس.

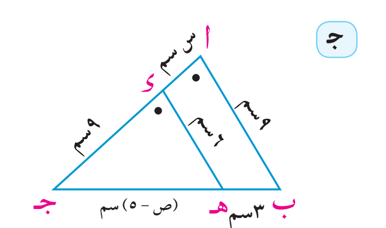
أ)



ب)



ج)



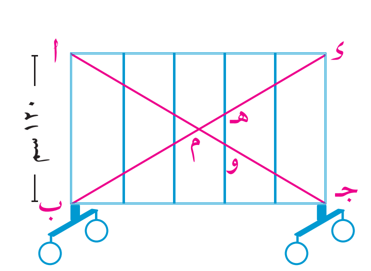
③ دائرتان م، ن متقاطعتان فى أ، ب.

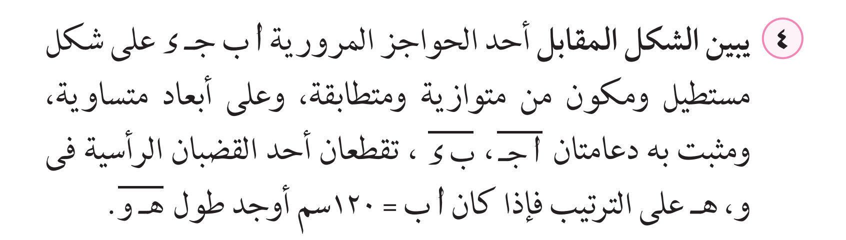
$\overleftrightarrow{\text{هـ ى}}$ مماس مشترك للدائرتين م، ن عند ى، هـ على الترتيب،

$\overrightarrow{\text{ب أ}} \cap \overleftrightarrow{\text{ى هـ}}$ = {جـ}

أ) أثبت أن: $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ محور أساسى للدائرتين.

ب) إذا كان أ ب = ٩سم، وق$_{\text{ن}}$(جـ) = ٣٦، أوجد طول $\overline{\text{جـ أ}}$، $\overline{\text{جـ ى}}$



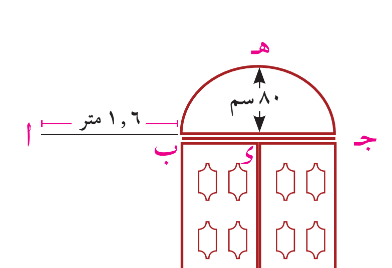


④ يبين **الشكل المقابل** أحد الحواجز المرورية أ ب جـ ى على شكل مستطيل ومكون من متوازية ومتطابقة، وعلى أبعاد متساوية، ومثبت به دعامتان $\overline{\text{أ جـ}}$، $\overline{\text{ب ى}}$ ، تقطعان أحد القضبان الرأسية فى و، هـ على الترتيب فإذا كان أ ب = ١٢٠سم أوجد طول $\overline{\text{هـ و}}$.

⑤ **هندسة معمارية:** من نقطة أ والتي تبعد ١,٦ مترًا عن قاعدة قنطرة تعلو باب منزل، وجد أن قوة النقطة أ بالنسبة لدائرة قوس القنطرة يساوى ٦,٤ متر مربع.

أ) أوجد طول قاعدة القنطرة (ب جـ).

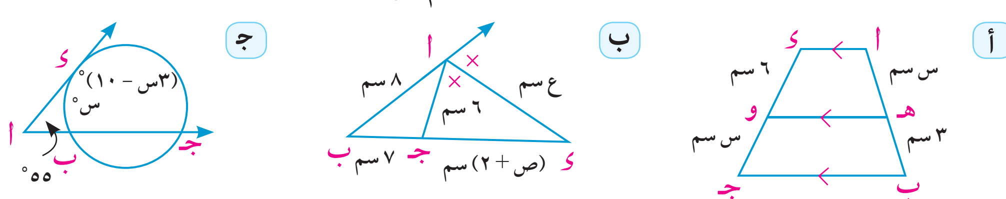
ب) إذا كان ارتفاع القنطرة يساوى ٨٠سم، فأوجد قوة النقطة ى بالنسبة لدائرة القنطرة وطول نصف قطرها.

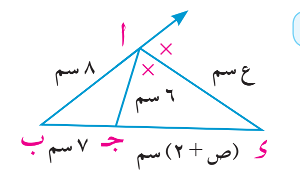
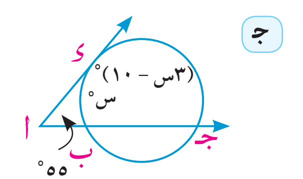


اختبار الوحدة

١ مستخدمًا معطيات الشكل، أوجد قيمة الرمز المستخدم فى القياس.

أ ب ج

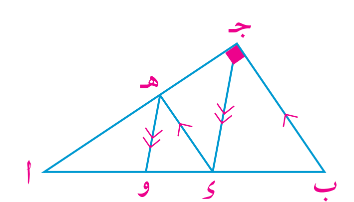


٢ **فى الشكل المقابل:** ∠ أ جـ ب قائمة، ب جـ // ى هـ

جـ ى // هـ و . أثبت أن:

أ و × أ ب = $(\text{أ هـ})^2 + (\text{هـ ى})^2$



٣ أ ب جـ مثلث، ن نقطة داخل المثلث. نصفت الزوايا أ ن ب، ب ن جـ ، جـ ن أ

بمنصفات لاقت أ ب ، ب جـ، جـ أ فى ى، هـ، و على الترتيب.

أثبت أن: $\frac{\text{أ ى}}{\text{ى ب}} \times \frac{\text{ب هـ}}{\text{هـ جـ}} \times \frac{\text{جـ و}}{\text{و أ}} = ١$

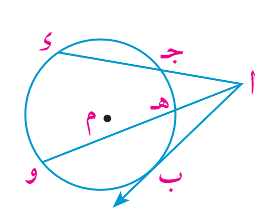
٤ أ نقطة خارج الدائرة م، أ ب مماس للدائرة عند ب.

رسم أ جـ ، أ هـ يقطعان الدائرة فى جـ، ى، هـ، و على الترتيب،

أ جـ = ٤سم، هـ و = ٩سم.

أ إذا كان قم(أ) = ٣٦ أوجد طول كل من أ ب ، أ هـ ، جـ ى

ب إذا كانت س ∈ جـ ى حيث جـ س = ٢سم أوجد قم(س)، قم(ى).



٥ أ ى متوسط فى △أ ب جـ، جـ س ينصف ∠ أ ى ب ويقطع أ ب فى س، ى ص ينصف ∠أ ى جـ ويقطع أ جـ فى ص.

أ أثبت أن: س ص // ب جـ

ب إذا رسم ى ع ⊥ س ص و يقطعه فى ع، وكان س ع = ٩سم، ع ص = ١٦سم

أوجد طول كل من: ى س ، ى ص .

اختبار تراكمي

أسئلة الاختيار من متعدد

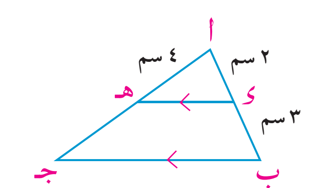
(١) إذا كان $\frac{س}{٦} = \frac{٩}{٢}$ فإن س تساوى:

أ ١٢   ب ١٦   ج ٢٧   د ٨١

(٢) جذرا المعادلة $س^٢ + س - ٢٠ = صفر$ هما:

أ ٢، -١٠   ب ٤، -٥   ج ٥، -٤   د -٤، ٥

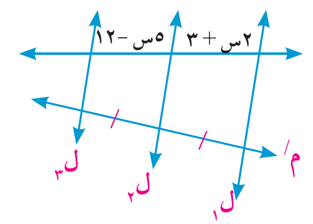
(٣) إذا كان $\overline{ى هـ} // \overline{ب جـ}$ فإن أ جـ يساوى:



أ ٣سم   ب ٤سم

ج ٦سم   د ١٠سم

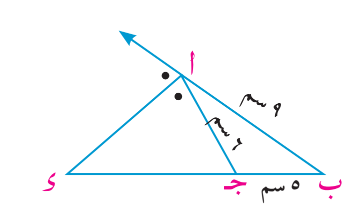
(٤) إذا كان المستقيمات $ل_١$، $ل_٢$، $ل_٣$ متوازية، يقطعها المستقيمان م، م/ والأطوال مقدرة بالسنتيمترات فإن س تساوى:



أ ٥   ب ٣

ج ٧   د ٢

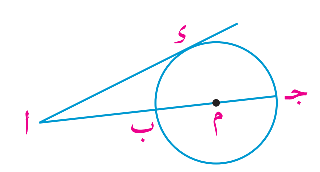
(٥) **فى الشكل المقابل** $\overleftarrow{أ ى}$ ينصف الزاوية الخارجة عند أ فإن طول $\overline{جـ ى}$ يساوى:



أ ٥سم   ب ١٠سم

ج ١٢سم   د ١٨سم

(٦) الدائرة م طول نصف قطرها ٥سم، $\overleftarrow{أ ى}$ مماس للدائرة عند ى، أ ى = ١٢سم فإن طول $\overline{أ جـ}$ يساوى:

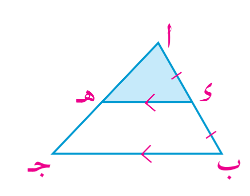


أ ٧سم   ب ١٢سم

ج ١٥سم   د ١٨سم

(٧) إذا كانت مساحة سطح △أ ى هـ = ١٦سم²

فإن مساحة سطح المثلث أ ب جـ = ... سم².



أ ١٦   ب ٣٢

ج ٦٤   د ١٢٨

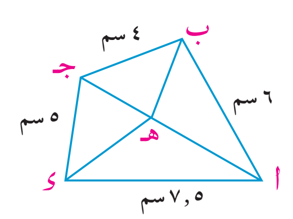
اختبار تراكمى

الأسئلة ذات الإجابات القصيرة:

٨ فى الشكل المقابل:

أب // جـ ى ، ب هـ = ٢سم، جـ هـ = ٣سم،

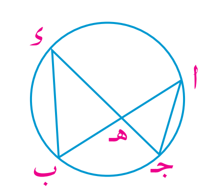
أ ى = ١٠سم. أوجد طول هـ ى



٩ فى الشكل المقابل: ب هـ ينصف ∠ ب،

و يقطع أ جـ فى هـ. أ ب = ٦سم، جـ ى = ٥سم، ى أ = ٧,٥سم

ب جـ = ٤سم . أثبت أن ى هـ ينصف ∠ أ ى جـ.



١٠ فى الشكل المقابل:

أب ، جـ ى وتران فى الدائرة، أب ∩ جـ ى = {هـ}

أثبت أن △أ هـ جـ ~ △ى هـ ب

التمارين ذات الإجابات الطويلة

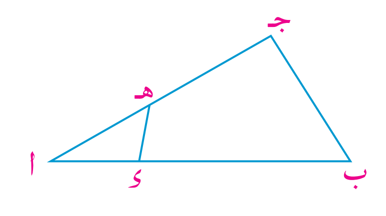
١١ فى الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ٢ ب جـ = ١٢سم،

أ جـ = ٩سم، ى ∈ أ ب حيث أ ى = ٣سم،

هـ ∈ أ جـ حيث أ هـ = ٤سم.

أثبت أن △ أ ب جـ ~ △ أ هـ ى

ثم أوجد طول هـ ى.



١٢ أ ب جـ مثلث، ى ∈ ب جـ، ى ∉ ب جـ، رسم ى و فقطع أ جـ، أ ب فى هـ، و على الترتيب

فإذا كان الشكل ب جـ هـ و رباعيًا دائريًا أثبت أن $\frac{\text{ب ى}}{\text{ى هـ}} = \frac{\text{و ب}}{\text{جـ هـ}}$.

هل تحتاج لمساعدة إضافية؟

أن لم تستطع إجابة أى من الأسئلة السابقة فارجع للجدول التالي:

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
رقم الدرس	مهارات	١ – ١	٢ – ٣	٣ – ١	٣ – ٢	٢ – ٥	٢ – ٤	٣ – ١	٣ – ٢	٢ – ٣	٢ – ٣	٣ – ٣



حساب المثلثات

Trigonometry

دروس الوحدة

٤ - ١

الزاوية الموجهة

Directed Angle

١ أكمل:

أ تكون الزاوية الموجهة فى وضع قياسى إذا كان ....

ب يقال للزاوية الموجهة فى الوضع القياسى أنها متكافئة إذا كان ....

ج تكون الزاوية موجبة إذا كان دوران الزاوية .... وتكون سالبة إذا كان دوران الزاوية ....

د إذا وقع الضلع النهائى للزاوية الموجهة على أحد محاور الإحداثيات تسمى ....

هـ إذا كان (θ) زاوية موجهة فى الوضع القياسى، ن ∈ ص فإن (θ + ن × ٣٦٠°) تسمى بالزوايا ....

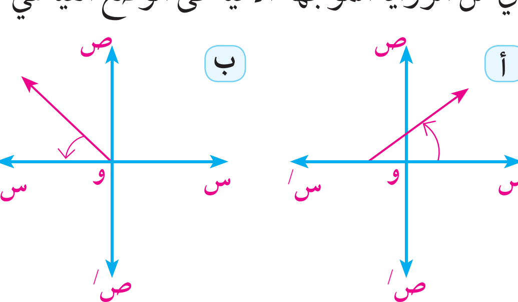
و أصغر قياس موجب للزاوية التى قياسها ٥٣٠° هو ....

ز الزاوية التى قياسها ٩٣٠° تقع فى الربع ....

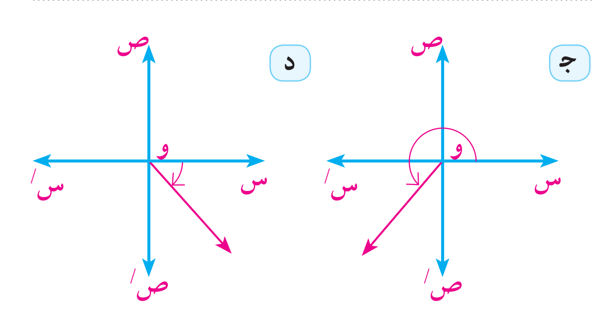
ح أصغر قياس موجب للزاوية التى قياسها –٦٩٠° هو ....

٢ أي من الزوايا الموجهة الآتية فى الوضع القياسي ....

أ ب

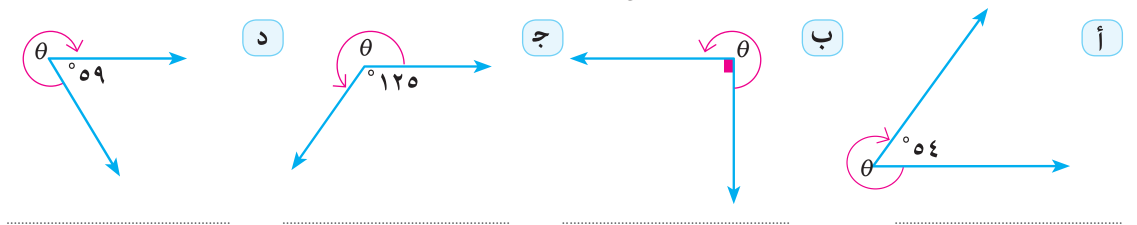


ج د



٣ أوجد قياس الزاوية الموجهة θ المشار إليها فى كل شكل من الأشكال التالية:

أ ب ج د



....

٤ عين الربع الذى تقع فيه كل من الزوايا التى قياساتها كالآتى:

أ ٢٤° ب ٢١٥° ج – ٤٠° د –٢٢٠° هـ ٦٤٠°

....

٥ ضع كلًّا من الزوايا الآتية فى الوضع القياسى، موضحًا ذلك بالرسم:

أ ٣٢° ب ١٤٠° جـ – ٨٠° د –١١٠° هـ –٣١٥°

٦ عين أحد القياسات السالبة لكل زاوية من الزوايا الآتية:

أ ٨٣° ب ١٣٦° جـ ٩٠°

....

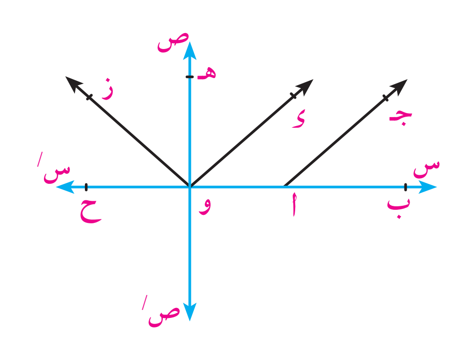
د ٢٦٤° هـ ٩٦٤° و ١٠٧٠°

....

٧ عين أصغر قياس موجب لكل زاوية من الزاويا الآتية:

أ –١٨٣° ب –٢١٧° جـ –٣١٥° د –٥٧٠°

٨ أى من الزوايا الموجهة فى الأزواج المرتبة الآتية فى الشكل المقابل فى وضع قياسى؟ لماذا؟



أ ($\overleftarrow{\text{وأ}}$ ، $\overleftarrow{\text{وى}}$) ب ($\overleftarrow{\text{وز}}$ ، $\overleftarrow{\text{وجـ}}$)

جـ ($\overleftarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أجـ}}$) د ($\overleftarrow{\text{وهـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{وى}}$)

هـ ($\overleftarrow{\text{وى}}$ ، $\overleftarrow{\text{وز}}$) و ($\overleftarrow{\text{وب}}$ ، $\overleftarrow{\text{وز}}$)

....

....

....

٩ يدور أحد لاعبى الجمباز على جهاز الألعاب بزاوية قياسها ٢٠٠° ارسم هذه الزاوية فى الوضع القياسى

١٠ اكتشف الخطأ: اكتب قياس أصغر زاوية بقياس موجب وزاوية أخرى بقياس سالب تشتركان مع الضلع النهائى للزاوية (–١٣٥°)

إجابة كريم

أصغر زاوية بقياس موجب = –١٣٥° +١٨٠° = ٤٥°

أصغر زاوية بقياس سالب = –١٣٥° – ١٨٠° = –٣١٥°

إجابة زياد

أصغر زاوية بقياس موجب = –١٣٥° +٣٦٠° = ٢٢٥°

أصغر زاوية بقياس سالب = –١٣٥° – ٣٦٠° = –٤٩٥°

أى الإجابتين صحيح ؟ فسر إجابتك.

....

....

....

٤ - ٢

طرق قياس الزاوية

Methods of measuring the angle

أولًا: اختيار من متعدد:

١) الزاوية التى قياسها ٦٠° فى الوضع القياسى تكافئ الزاوية التى قياسها: ....

أ) ١٢٠° ب) ٢٤٠° ج) ٣٠٠° د) ٤٢٠°

٢) الزاوية التى قياسها $\frac{٣١\pi}{٦}$ تقع فى الربع: ....

أ) الأول ب) الثانى ج) الثالث د) الرابع

٣) الزاوية التى قياسها $\frac{-٩\pi}{٤}$ تقع فى الربع: ....

أ) الأول ب) الثانى ج) الثالث د) الرابع

٤) إذا كان مجموع قياسات زوايا أى مضلع منتظم تساوى ١٨٠°(ن – ٢) حيث ن عدد الأضلاع، فإن قياس زاوية المخمس المنتظم بالقياس الدائرى تساوى: ....

أ) $\frac{\pi}{٣}$ ب) $\frac{٧\pi}{٢}$ ج) $\frac{٣\pi}{٥}$ د) $\frac{٢\pi}{٣}$

٥) الزاوية التى قياسها $\frac{٧\pi}{٣}$ قياسها الستينى يساوى: ....

أ) ١٠٥° ب) ٢١٠° ج) ٤٢٠° د) ٨٤٠°

٦) إذا كان القياس الستينى لزاوية هو ٤٨َ ٦٤ْ فإن قياسها الدائرى يساوى: ....

أ) ٠,١٨ ء ب) ٠,٣٦ ء ج) ٠,١٨ π د) ٠,٣٦ π

٧) طول القوس فى دائرة طول قطرها ٢٤ سم ويقابل زاوية مركزية قياسها ٣٠° يساوى: ....

أ) ٢π سم ب) ٣π سم ج) ٤π سم د) ٥π سم

٨) القوس الذى طوله ٥πسم فى دائرة طول نصف قطرها ١٥سم يقابل زاوية مركزية قياسها يساوى: ....

أ) ٣٠° ب) ٦٠° ج) ٩٠° د) ١٨٠°

٩) إذا كان قياس إحدى زاويا مثلث ٧٥° وقياس زاوية أخرى فيه $\frac{\pi}{٤}$ فإن القياس الدائرى للزاوية الثالثة يساوى: ....

أ) $\frac{\pi}{٦}$ ب) $\frac{\pi}{٤}$ ج) $\frac{\pi}{٣}$ د) $\frac{٥\pi}{١٢}$

ثانيًا: أجب عن الأسئلة الآتية:

(١٠) أوجد بدلالة π القياس الدائرى للزوايا التى قياساتها كالآتى:

أ ٢٢٥° .... ب ٢٤٠° ....

ج –١٣٥° .... د ٣٠٠° ....

هـ ٣٩٠° .... و ٧٨٠° ....

(١١) أوجد بالراديان القياس الدائرى للزوايا التى قياساتها كالآتى، مقربًا الناتج لثلاثة أرقام عشرية:

أ ٥٦,٦° ب ١٨َ ٢٥° ج ٤٨ً ٥٠َ ١٦٠°

....

(١٢) أوجد القياس الستينى للزوايا التى قياساتها كالآتى، مقربًا الناتج لأقرب ثانية:

أ ٠,٤٩ د ب ٢,٢٧ د ج $-\frac{١}{٢}$٣ د

....

(١٣) إذا كانت θ زاوية مركزية فى دائرة طول نصف قطرها نق وتحصر قوسًا طوله ل :

أ إذا كان نق = ٢٠ سم، θ = ٢٠ً ١٥َ ٧٨° أوجد ل. .... (لأقرب جزء من عشرة)

ب إذا كان ل = ٢٧,٣ سم، θ = ٢٤ً ٠َ ٧٨° أوجد نق. .... (لأقرب جزء من عشرة)

(١٤) زاوية مركزية قياسها ١٥٠° وتحصر قوسًا طوله ١١ سم، احسب طول نصف قطر دائرتها (لأقرب جزء من عشرة)

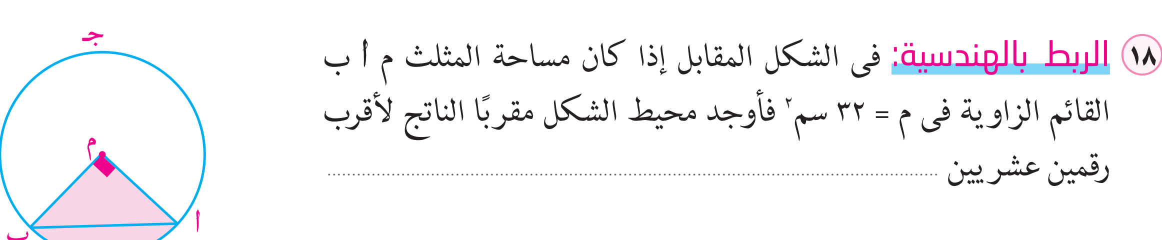
....

(١٥) أوجد القياس الدائرى والقياس الستينى للزاوية المركزية التى تقابل قوسًا طوله ٨,٧ سم فى دائرة طول نصف قطرها ٤ سم. ....

(١٦) الربط بالهندسة: مثلث قياس إحدى زواياه ٦٠° وقياس زاوية أخرى منه يساوى $\frac{\pi}{٤}$ أوجد القياس الدائرى والقياس الستينى لزاويته الثالثة. ....

(١٧) الربط بالهندسة: دائرة طول نصف قطرها ٤ سم، رسمت ∠ أ ب جـ المحيطية التى قياسها ٣٠° أوجد طول القوس الأصغر $\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$ ....

(١٨) الربط بالهندسة: فى الشكل المقابل إذا كان مساحة المثلث م أ ب القائم الزاوية فى م = ٣٢ سم^٢ فأوجد محيط الشكل مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين ....



١٩ **الربط بالهندسة:** $\overline{\text{أب}}$ قطر فى دائرة طوله ٢٤ سم ، رسم الوتر $\overline{\text{أجـ}}$ بحيث كان ق(∠ب أجـ) = ٥٠°

أوجد طول القوس الأصغر $\frown{\text{أجـ}}$ مقربًا الناتج لأقرب رقميين عشريين. ....

٢٠ **مسافات:** كم المسافة التى تقطعها نقطة على طرف عقرب الدقائق خلال ١٠ دقائق إذا كان طول هذا العقرب ٦ سم؟

....

٢١ **فلك:** قمر صناعى يدور حول الأرض فى مسار دائرى دورة كاملة كل ٦ ساعات، فإذا كان طول نصف قطر مساره عن مركز الأرض ٩٠٠٠ كم، فأوجد سرعته بالكيلومتر فى الساعة.

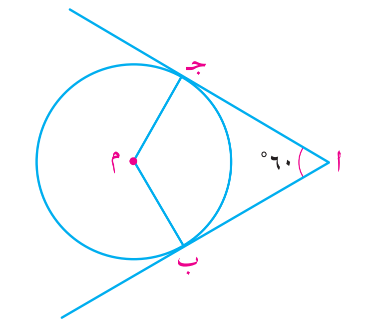
....

٢٢ **الربط بالهندسة:** فى الشكل المقابل:

$\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أجـ}}$ مماسان للدائرة م، ق (∠ جـ أ ب) = ٦٠°، أ ب = ١٢ سم.

أوجد لأقرب عدد صحيح طول القوس الأكبر $\frown{\text{ب جـ}}$.

....



٢٣ **الربط بالزمن:** تستخدم المزولة الشمسية لتحديد الوقت أثناء النهار من خلال طول الظل الذى يسقط على سطح مدرج لإظهار الساعة وأجزائها، فإذا كان الظل يدور على القرص بمعدل ١٥° لكل ساعة.

أ أوجد قياس الزاوية بالراديان التى يدور الظل عنها بعد مرور ٤ ساعات.

....

ب بعد كم ساعة يدور الظل بزاوية قياسها $\frac{٢\pi}{٣}$ راديان؟..

جـ مزولة طول نصف قطرها ٢٤ سم، أوجد بدلالة π طول القوس الذى يصنعه دوران الظل على حافة القرص بعد مرور ١٠ ساعات. ....

٢٤ **تفكير ناقد:** مستقيم يصنع زاوية قياسها $\frac{\pi}{٣}$ راديان فى الوضع القياسى لدائرة الوحدة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات. أوجد معادلة هذا المستقيم. ....

....

....

٣ - ٤

الدوال المثلثية

Trigonometric Functions

أولًا: الاختيار من متعدد:

١) إذا كانت الزاوية θ فى الوضع القياسى لدائرة الوحدة يمر ضلعها النهائى بالنقطة $(\frac{١}{٢}، \frac{\sqrt{٣}}{٢})$ فإن جا θ تساوى: ....

أ $\frac{١}{٢}$ ب $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ج $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ د $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$

٢) إذا كانت جا θ = $\frac{١}{٢}$ حيث θ زاوية حادة فإن ق($\measuredangle\theta$) تساوى ....

أ $٣٠°$ ب $٤٥°$ ج $٦٠°$ د $٩٠°$

٣) إذا كانت جا θ = – ١، جتا θ = ٠ فإن قياس زاوية θ تساوى ....

أ $\frac{\pi}{٢}$ ب π ج $\frac{٣\pi}{٢}$ د ٢π

٤) إذا كانت قتا θ = ٢ حيث θ قياس زاوية حادة فإن قياس زاوية θ تساوى ....

أ $١٥°$ ب $٣٠°$ ج $٤٥°$ د $٦٠°$

٥) إذا كانت جتا θ = $\frac{١}{٢}$ ، جا θ = $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ فإن قياس زاوية θ تساوى ....

أ $\frac{٢\pi}{٣}$ ب $\frac{٥\pi}{٦}$ ج $\frac{٥\pi}{٣}$ د $\frac{١١\pi}{٦}$

٦) إذا كانت ظا θ = ١ حيث θ زاوية حادة موجبة فإن قياس زاوية θ تساوى ....

أ $١٠°$ ب $٣٠°$ ج $٤٥°$ د $٦٠°$

٧) ظا $٤٥°$ + ظتا $٤٥°$ – قا $٦٠°$ تساوى ....

أ صفرًا ب $\frac{١}{٢}$ ج $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ د ١

٨) إذا كانت جتا θ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ حيث θ زاوية حادة فإن جا θ تساوى ....

أ $\frac{١}{٢}$ ب $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ج $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ د $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ثانيًا: أجب عن الأسئلة الآتية:

٩) أوجد جميع الدوال المثلثية للزاوية θ المرسومة فى الوضع القياسى، والتى يمر ضلعها النهائى بالنقاط الآتية.

أ $(\frac{٢}{٣}، \frac{\sqrt{٥}}{٣})$ ب $(\frac{\sqrt{٢}}{٢}، -\frac{\sqrt{٢}}{٢})$ ج $(-\frac{\sqrt{٣}}{٢}، \frac{١}{٢})$ د $(-\frac{٣}{٥}، -\frac{٤}{٥})$

....

١٠ إذا كان θ هو قياس زاويه موجهة فى الوضع القياسى، والتى يمر ضلعها النهائى بدائرة الوحدة فأوجد جميع الدوال المثلثية للزاوية θ فى الحالات الآتية:

أ (٣ أ، – ٤ أ) حيث أ > ٠ ....

ب ($\frac{٣}{٢}$ أ، –٢ أ) حيث $\frac{٣\pi}{٢} < \theta < ٢\pi$ ....

١١ اكتب إشارات الدوال المثلثية الآتية:

أ جا ٢٤٠° ....

ب ظا ٣٦٥° ....

جـ قتا ٤١٠° ....

د ظتا $\frac{٩\pi}{٤}$ ....

هـ قا – $\frac{٩\pi}{٤}$ ....

و ظا $\frac{-٢٠\pi}{٩}$ ....

١٢ **أوجد قيمة ما يأتى:**

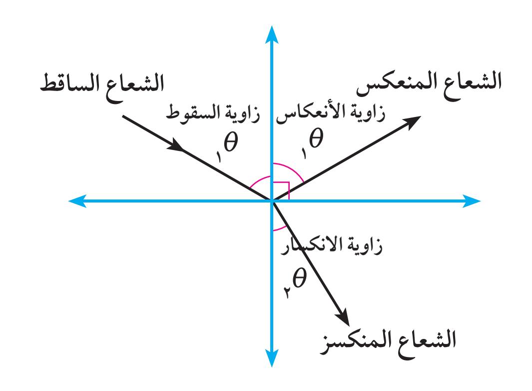
أ جتا $\frac{\pi}{٢}$ × جتا ٠ + جا $\frac{٣\pi}{٢}$ × جا $\frac{\pi}{٢}$ ....

ب ظا٢ ٣٠° + ٢ جا٢ ٤٥° + جتا٢ ٩٠° ....

١٣ **الربط بالفيزياء:** عند سقوط أشعة الضوء على سطح شبه شفاف، فإنها تنعكس بنفس زاوية السقوط ولكن البعض منها ينكسر عند مروره خلال هذا السطح. كما فى الشكل المجاور:

إذا كان جا $\theta_١$ = ك جا $\theta_٢$، كانت ك = $\sqrt{٣}$، $\theta_١$ = ٦٠°

فأوجد قياس زاوية $\theta_٢$. ....



١٤ **اكتشف الخطأ:** طلب المعلم من طلاب الفصل إيجاد ناتج ٢ جا ٤٥°.

إجابة كريم

٢ جا ٤٥° = جا ٢ × ٤٥°

= جا ٩٠° = ١

إجابة أحمد

٢ جا ٤٥ = ٢ × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = $\frac{٢}{\sqrt{٢}}$ × $\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}}$

= $\sqrt{٢}$

أى الإجابتين صحيح؟ولماذا؟..................

١٥ **تفكير ناقد:** إذا كانت الزاوية θ مرسومة فى الوضع القياسى، حيث ظتا θ = – ١، قتا θ = $\sqrt{٢}$. هل من الممكن أن يكون ق($\measuredangle \theta$) = $\frac{٣\pi}{٤}$ ؟ فسر إجابتك..................

....

....

٤ - ٤ العلاقات بين الدوال المثلثية

Relations between trigonometric functions

أولًا: أكمل مايأتى:

١) جتا (١٨٠° + θ) = ...

٢) ظا (١٨٠° − θ) = ...

٣) قتا (٣٦٠° − θ) = ...

٤) جا (٣٦٠° + θ) = ...

٥) جا (٩٠° + θ) = ...

٦) ظتا (٩٠° − θ) = ...

٧) قا (٢٧٠° + θ) = ...

٨) جتا (٢٧٠° − θ) = ...

ثانيًا: أكمل كلًّا مما يأتى بقياس زاوية حادة

٩) جا ٢٥° = جتا ....°

١٠) جتا ٦٧° = جا ....°

١١) ظا ٤٢° = ظتا ....°

١٢) قتا ١٣° = قا ....°

١٣) إذا كان ظتا٢θ = ظاθ حيث ٠° < θ < ٩٠° فإن ق($\angle\theta$) = ...

١٤) إذا كان جا ٥θ = جتا٤θ حيث θ زاوية حادة موجبة فإن θ = ...°

١٥) إذا كان قا θ = قا(٩٠° − θ) فإن ظتا θ = ...

١٦) إذا كان ظا ٢θ = ظتا٣θ حيث θ ∈]٠ ، $\frac{\pi}{٢}$[فإن ق($\angle\theta$) = ... ء

١٧) إذا كان جتا θ = جا٢θ حيث θ زاوية حادة موجبة فإن جا٣θ = ...

ثالثًا: الاختيار من متعدد:

١٨) إذا كانت ظا (١٨٠° + θ) = ١ حيث θ قياس أصغر زاوية موجبة فإن قياس θ يساوى

أ) ٤٥° ب) ٣٠° ج) ٦٠° د) ١٣٥°

١٩) إذا كان جتا ٢θ = جاθ حيث θ ∈]٠، $\frac{\pi}{٢}$[فإن جتا ٢θ تساوى ....

أ) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ د) ١

٢٠) إذا كان جا α = جتا β، حيث α، β زاويتان حادتان فإن ظا($\alpha + \beta$) تساوى ....

أ) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ب) ١ ج) $\sqrt{٣}$ د) غير معروف

٢١) إذا كان جا ٢θ = جتا ٤θ حيث θ زاوية حادة موجبة فإن ظا(٩٠° − ٣θ) تساوى ....

أ) −١ ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ج) ١ د) $\sqrt{٣}$

٢٢ إذا كان جتا(٩٠° + θ) = $\frac{١}{٢}$ حيث θ قياس أصغر زاوية موجبة فإن قياس θ يساوى ....

أ ١٥٠° ب ٢١٠° ج ٢٤٠° د ٣٣٠°

رابعًا: أجب عن الأسئلة الآتية

٢٣ أوجد إحدى قيم θ حيث ٠ ≤ θ < ٩٠° التى تحقق كلًّا من الآتى:

أ جا(٣θ + ١٥°) = جتا(٢θ − ٥°) ....

ب قا(θ + ٢٥°) = قتا(θ + ١٥°) ....

ج ظا(θ + ٢٠°) = ظتا (٣θ + ٣٠°) ....

د جتا $\frac{\theta + ٢٠°}{٢}$ = جا $\frac{\theta + ٤٠°}{٢}$ ....

٢٤ أوجد قيمة كل مما يأتى:

أ جا ١٥٠° ب قتا ٢٢٥ ج قا ٣٠٠° د ظا ٧٨٠°

....

هـ قتا $\frac{١١\pi}{٦}$ و جا $\frac{٧\pi}{٤}$ ز ظتا $\frac{-٢\pi}{٣}$ ح جتا $\frac{-٧\pi}{٤}$

....

٢٥ إذا كان الضلع النهائى للزاوية θ المرسومة فى الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة فى النقطة ب $(-\frac{٣}{٥}، \frac{٤}{٥})$ فأوجد:

أ جا(١٨٠° + θ) .... ب جتا $(\frac{\pi}{٢} - \theta)$ ....

ج ظا (٣٦٠° − θ) .... د قتا $(\frac{٣\pi}{٢} - \theta)$ ....

٢٦ اكتشف الخطأ: جميع الإجابات التالية صحيحة ماعدا إجابة واحدة فقط خطأ، فما هى:

١- جتا θ تساوى ....

أ جا (θ − ٢٧٠°) ب جا (٢٧٠° − θ) ج جتا (٣٦٠° − θ) د جتا (٣٦٠° + θ)

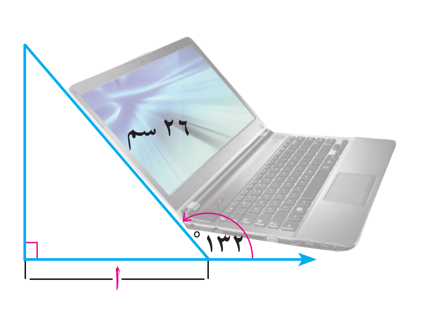
٢- جا θ تساوى ....

أ جتا $(\theta - \frac{\pi}{٢})$ ب جا $(\pi - \theta)$ ج جتا $(\frac{٣\pi}{٢} + \theta)$ د جا $(\frac{\pi}{٢} + \theta)$

٣- ظا θ تساوى ....

أ ظتا (٩٠° − θ) ب ظتا (٢٧٠° − θ) ج ظا (٢٧٠° − θ) د ظا (١٨٠° + θ)

٢٧ **الربط بالتكنولوجيا:** عند استخدام كريم حاسوبه المحمول كانت زاوية ميله مع الأفقى ١٣٢° كما هو موضح بالشكل المقابل.



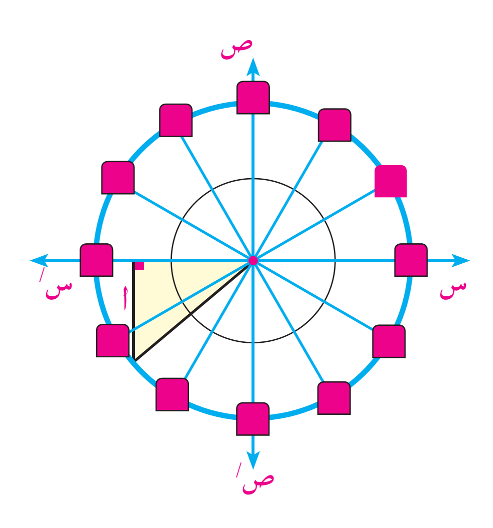
أ ارسم الشكل السابق فى المستوى الإحداثى، بحيث تكون الزاوية ١٣٢° فى الوضع القياسى ثم أوجد زاويتها المنتسبة.

....

ب اكتب دالة مثلثية يمكن استخدامها فى إيجاد قيم أ، ثم أوجد قيمة أ لأقرب سنتيمتر.

....

ألعاب: تنتشر لعبة العجلة الدوارة فى مدينة الملاهى، وهى عبارة عن عدد من الصناديق تدور فى قوس دائرى يبلغ نصف قطره ١٢ مترًا، فإذا كان قياس الزاوية المشتركة مع الضلع النهائى فى الوضع القياسى $\frac{5\pi}{4}$.



أ ارسم الزاوية التى قياسها $\frac{5\pi}{4}$ فى الوضع القياسى.

....

ب اكتب دالة مثلثية يمكن استخدامها فى إيجاد قيمة أ ثم أوجد قيمة أ بالمتر لأقرب رقمين عشريين.

....

٢٨ **تفكير ناقد:**

أ إذا كانت الزاوية θ مرسومة فى الوضع القياسى، حيث ظتا θ = -١ ، قتا θ = $\sqrt{2}$. فهل يمكن أن يكون ق($\angle\theta$) = $\frac{3\pi}{4}$؟ فسر إجابتك؟

....

ب إذا كان جتا $(\frac{3\pi}{2} - \theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، جا $(\frac{\pi}{2} + \theta) = \frac{1}{2}$ فأوجد أصغر قياس موجب للزاوية θ.

....

٤ - ٥

التمثيل البيانى للدوال المثلثية

Graphing trigonometric functions

أولًا: أكمل مايأتى:

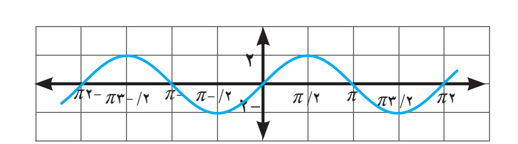
(١) مدى الدالة د حيث د(θ) = جاθ هو ....

(٢) مدى الدالة د حيث د(θ) = ٢ جا θ هو ....

(٣) القيمة العظمى للدالة ع حيث ع(θ) = ٤جاθ هى ....

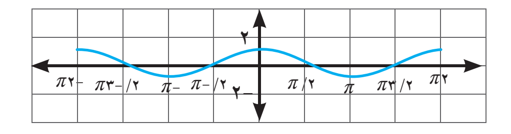
(٤) القيمة الصغرى للدالة هـ حيث هـ(θ) = ٣جتاθ هى ....

ثانيًا: اكتب قاعدة كل دالة مثلثية بجوار الشكل المناظر لها.



شكل (١) القاعدة هي:

....



شكل (٢) القاعدة هي:

....

ثالثًا: أجب عن الأسئلة الآتية:

(٥) أوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى، ثم احسب المدى لكل دالة من الدوال الآتية:

أ) ص = جاθ

....

ب) ص = ٣ جتاθ

....

جـ) ص = $\frac{٣}{٢}$ جاθ

....

(٦) مثل كل من الدوال ص = ٤ جتاθ، ص = ٣ جاθ باستخدام الآلة الحاسبة الرسومية أو بأحد برامج الحاسوب الرسومية ومن الرسم أوجد:

أ) مدى الدالة.

....

ب) القيم العظمى والقيم الصغرى للدالة.

....

٤ - ٦

إيجاد قياس زاوية بمعلومية دالة مثلثية

Finding the measure of an angle given the value of one of its functions

أولًا: الاختيار من متعدد:

(١) إذا كان جا θ = ٠,٤٣٢٥ حيث θ زاوية حادة موجبة فإن ق $\angle(\theta)$ تساوى ....

أ ٢٥,٦٢٦° ب ٦٤,٣٤٧° ج ٣٢,٣٨٨° د ٤٦,٣١٦°

(٢) إذا كان ظا θ = ١,٨ وكانت ٩٠° $\leqslant \theta \leqslant$ ٣٦٠° فإن ق $\angle(\theta)$ تساوى ....

أ ٦٠,٩٤٥° ب ١١٩,٠٥٥° ج ٢٤٠,٩٤٥° د ٢٩٩,٠٥٥°

ثانيًا: أجب عن الأسئلة الآتية:

(١) إذا قطع الضلع النهائى للزاوية θ فى الوضع القياسى دائرة الوحدة فى النقطة ب، فأوجد كلًّا من جتا θ، جا θ فى الحالات الآتية:

أ ب $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ب ب $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ج ب $\left(-\frac{6}{10}, \frac{8}{10}\right)$

(٢) إذا قطع الضلع النهائى للزاوية θ فى الوضع القياسى دائرة الوحدة فى النقطة ب، فأوجد كلًّا من قا θ، قتا θ فى الحالات الآتية:

أ ب $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ب ب $\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ ج ب $\left(-\frac{5}{13}, -\frac{12}{13}\right)$

(٣) إذا قطع الضلع النهائى للزاوية θ فى الوضع القياسى دائرة الوحدة فى النقطة ب، فأوجد كلًّا من ظا θ، ظتا θ فى الحالات الآتية:

أ ب $\left(\frac{1}{\sqrt{10}}, -\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$ ب ب $\left(\frac{3}{\sqrt{34}}, -\frac{5}{\sqrt{34}}\right)$ ج ب $\left(-\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}\right)$

(٤) إذا قطع الضلع النهائى للزاوية θ فى الوضع القياسى دائرة الوحدة فى النقطة ب فأوجد: ق $\angle(\theta)$ حيث ٠° $< \theta <$ ٣٦٠° عندما:

أ ب $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ب ب $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ج ب $\left(\frac{6}{10}, \frac{-8}{10}\right)$

⑤ أوجد بالقياس الستينى أصغر زاوية موجبة تحقق كلًّا من:

أ جا$^{-1}$ ٠,٦ ب جتا$^{-1}$ ٠,٤٣٦ ج ظا$^{-1}$ ١,٤٥٥٢

د قا$^{-1}$ (– ٢,٢٣٦٤) هـ ظتا$^{-1}$ ٣,٦٢١٨ و قتا$^{-1}$ (–١,٦٠٠٤)

⑥ إذا كانت ٠° ≤ θ ≤ ٣٦٠° فأوجد قياس زاوية θ لكل مما يأتى:

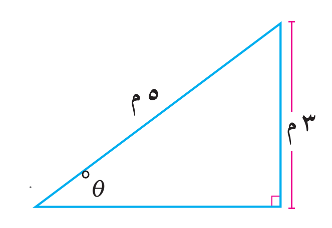
أ جا$^{-1}$ (٠,٢٣٥٦) ب جتا$^{-1}$ (– ٠,٦٤٢) ج ظا$^{-1}$ (– ٢,١٤٥٦)

⑦ إذا كان جا θ = $\frac{١}{٣}$ وكانت ٩٠° ≤ θ ≤ ١٨٠°

أ احسب قياس زاوية θ لأقرب ثانية

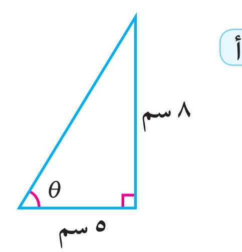
ب أوجد قيمة كلٍّ من: جتاθ ، ظاθ ، قاθ .

⑧ سلالم: سلم طوله ٥ أمتار يستند على جدار فإذا كان ارتفاع السلم عن سطح الأرض يساوى ٣ أمتار فأوجد بالراديان زاوية ميل السلم على الأفقى.

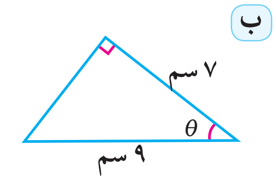


⑨ أوجد قياس زاوية θ بالقياس الستينى فى كل شكل من الأشكال الآتية:

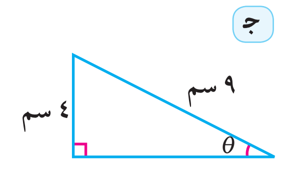
أ



ب



ج



تمارين عامة

أجب عن الأسئلة الآتية مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين:

(١) حوِّل الزوايا الآتية من درجات إلى راديان:

أ) ١٢٠° .... ب) ٦٤,٨° .... ج) ٢٢٠ َ٣٦° ....

(٢) حول الزوايا الآتية من راديان إلى درجات:

أ) $\frac{٥\pi}{٣}$ .... ب) $-\frac{٣\pi}{٢}$ .... ج) ١,١٢ ءٔ ....

(٣) θ زاوية مركزية فى دائرة طول نصف قطرها نق وتحصر قوسًا طوله ل:

أ) إذا كان نق = ٨ سم، θ = ١,٢ ءٔ أوجد ل. ....

ب) إذا كان ل = ٢٦ سم، نق = ١٨ سم أوجد θ بالدرجات. ....

(٤) بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة كل مما يأتى:

أ) ظا ١٢٠° ب) جا $(\frac{١٣\pi}{٦})$ ج) جتا ٣٣٠° د) ظتا (–٣٠٠°) هـ) قتا $(-\frac{\pi}{٣})$

....

(٥) أوجد جميع الدوال المثلثية للزاوية θ إذا كان الضلع النهائى مرسومًا فى الوضع القياسى ويمر بكل نقطة من النقاط الآتية:

أ) (٤، ٣) ب) – (٥، – ١٢) ج) $(-\frac{٣}{٢}،\ -٢)$ د) $(-\sqrt{٥}\ ،\ ٢)$

....

(٦) أ) أثبت أن:

أولًا: جا ٦٠° = ٢ جا ٣٠° جتا ٣٠° **ثانيًا:** جتا ٣٠٠° = ٢ جا^{٢} ٦٠° – ١

ب) إذا كانت جتا θ = – $\frac{٤}{٥}$ حيث ٩٠° < θ < ١٨٠° فأوجد قيمة كل من:

أولًا: جا (١٨٠° – θ) **ثانيًا:** ظا (θ – ١٨٠°)

....

(٧) أوجد قياس الزوايا بالدرجات فى الفترة ٠° ≤ θ ≤ ٣٦٠° لكل مما يأتى:

أ) ظا$^{-١}$ ١ ب) جا$^{-١}$ $(-\frac{١}{٢})$ ج) جتا$^{-١}$ $(\frac{\sqrt{٣}}{٢})$ د) ظا$^{-١}$ $(-\sqrt{٣})$

....

(٨) منحدرًا طوله ٢٤ مترًا، وارتفاعه عن سطح الأرض ٩ أمتار، اكتب دالة مثلثية يمكن استخدامها لإيجاد قياس زاوية ميل المنحدر مع الأرض الأفقية، ثم أوجد قياسها. ....

اختبار الوحدة

اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه.

① الزاوية ٥٨٥° تكافيء فى الوضع القياسي الزاوية التى قياسها:

أ ٤٥° ب ١٣٥° ج ٢٢٥° د ٣١٥°

② إذا كان جاθ < ٠، ظا θ > ٠ فإن زاوية تقع θ فى الربع:

أ الأول ب الثانى ج الثالث د الرابع

③ إذا كانت θ زاوية حادة وكان جا (θ + ٢٠°) = جتا ٣٠° فإن ق ($\angle$ θ) تساوى:

أ ٢٠° ب ٣٠° ج ٤٠° د ٥٠°

④ الزاوية (−٨٥٠°) تقع فى الربع:

أ الأول ب الثانى ج الثالث د الرابع

⑤ قياس الزاوية بالدرجات التى تقابل قوسًا طوله ٦π فى دائرة طول نصف قطرها ٩سم تساوى:

أ ٣٠° ب ٦٠° ج ١٢٠° د ١٥٠°

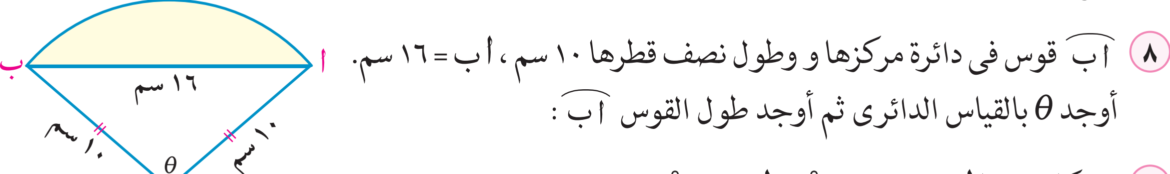
⑥ أبسط صورة للمقدار: جتا (١٨٠° + θ) + جا (٩٠° + θ) يساوى:

أ ٠ ب ٢ ج ٢ جتا θ د ٢ جا θ

⑦ ظا (−٣٠°) تساوى:

أ $-\sqrt{٣}$ ب $-\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ج $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ د $\sqrt{٣}$

أجب عن الأسئلة الآتية:



⑧ $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ قوس فى دائرة مركزها و وطول نصف قطرها ١٠ سم، أ ب = ١٦ سم.
أوجد θ بالقياس الدائرى ثم أوجد طول القوس $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$:

⑨ إذا كان ٥ جا أ = ٤ حيث ٩٠° < أ < ١٨٠°
فأوجد قيمة المقدار جا (١٨٠° − أ) +ظا (٣٦٠° − أ) +٢جا (٢٧٠° − أ)

⑩ أوجد فى أبسط صورة قيمة المقدار: جا ١٢٠° جتا٣٣٠° − جتا ٤٢٠° جا (−٣٠°).

⑪ اوجد بالرديان ق ($\angle$ أ) إذا كان ٢ جتا أ + $\sqrt{٢}$ = ٠ حيث أ قياس زاوية حادة.

⑫ إذا كان الضلع النهائي للزاوية فى الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة عند النقطة ($-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$، $\frac{١}{٢}$) فأوجد قيمة كل من: ظاθ، قاθ

⑬ أوجد الدوال المثلثية الأساسية للزاوية θ إذا كان الضلع النهائي مرسومًا فى الوضع القياسي ويمر بالنقطة (٦، −٨)

اختبار تراكمي

أولًا: أسئلة الاختيار من متعدد

(١) أى من الزوايا الآتية يكون الجيب وجيب التمام لها سالبين :

أ ٤٠° ب ١٤٠° ج ٢٢٠° د ٣٢٠°

(٢) قياس الزاوية المركزية التى تقابل قوسًا طوله ٢π فى دائرة طول نصف قطرها ٦ سم يساوى :

أ $\frac{\pi}{٦}$ ب $\frac{\pi}{٤}$ ج $\frac{\pi}{٣}$ د $\frac{\pi}{٢}$

(٣) إذا كان ظا ٤θ = ظتا٢θ حيث θ زاوية حادة موجبة فإن جا(٩٠° − θ) تساوى :

أ $\frac{١}{٢}$ ب $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ج $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ د ١

ثانيًا: أجب عن الأسئلة الآتية:

(٤) إذا كان الضلع النهائى للزاوية θ فى الوضع القياسى يقطع دائرة الوحدة عند النقطة ($\frac{١}{٢}$، $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$) فأوجد قيمة كل من ظتا θ، قتاθ.

(٥) بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد (إن أمكن ذلك) قيمة كل من :

أ جتا ٢١٠° ب جا (−١٣٥°) ج قا $\frac{٣\pi}{٢}$ د ظتا (−$\frac{٢\pi}{٣}$)

(٦) إذا كان الضلع النهائى للزاوية (٩٠° − θ) حيث θ زاوية حادة موجبة، يقطع دائرة طول نصف قطرها ٥ وحدات طول فى النقطة (٤ ، ك) فأوجد :

أ قيمة ك ب جا (٩٠° − θ) ج جتا (٩٠° − θ) د ق($\angle$ θ)

(٧) دراجات: يصعد كريم بدراجته منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية قياسها ١٥٥° فى الوضع القياسى

أ اكتب دالة مثلثية تبين العلاقة بين أ وطول المنحدر.

ب أوجد قيمة أ لأقرب عددين عشريين.

الجدول التالى يبين رقم السؤال فى الاختبار ورقم السؤال فى الدرس للرجوع إليه عند الضرورة

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
رقم الدرس	٤-٣	٤-٢	٤-٤	٤-٣	٤-٤	٤-٤	٤-٤

اختبارات عامة

الاختبار الأول (الجبر وحساب المثلثات)

أولًا: أكمل مايأتى

١) إذا كان س = -١ هى أحد جذرى المعادلة س^{٢} - أ س - ٢ = ٠ فإن أ = ...

٢) إشارة الدالة د حيث د(س) = س^{٢} + ٣ تكون ....

٣) المعادلة التربيعية فى مجموعة الأعداد المركبة التى جذراها - ت، ت هى ....

٤) مدى الدالة د حيث د(θ) = ٣ جا θ هو ....

٥) أصغر زاوية موجبة مكافئة للزاوية التى قياسها (-٨٤٠°) قياسها .... وتقع فى الربع ....

ثانيًا: أجب عن الأسئلة الآتية:

١) أ) أثبت أن جذرى المعادلة س^{٢} - ٥س + ٣ = ٠ حقيقيان مختلفان، ثم أوجد مجموعة الحل فى ح مقربًا الناتج لرقم عشرى واحد ....

ب) أوجد فى أبسط صورة قيمة المقدار: جا (- ٣٠°) جتا ٤٢٠° + $\frac{\text{ظا}٢٥°}{\text{ظتا}٦٥°}$ ....

٢) أ) فى المعادلة (أ - ٥) س^{٢} + (أ - ١٠) س - ٥ = ٠ أوجد قيمة أ فى الحالات الآتية:

أولًا: إذا كان مجموع جذرى المعادلة = ٤ ....

ثانيًا: إذا كان أحد جذرى المعادلة هو المعكوس الضربى للجذر الآخر. ....

ب) ابحث إشارة الدالة د حيث د(س) = س^{٢} + ٢ س - ١٥ مع توضيح ذلك على خط الأعداد.

....

٣) أ) أوجد مجموعة حل المتباينة: ٥س^{٢} + ١٢س $\geqslant$ ٤٤ ....

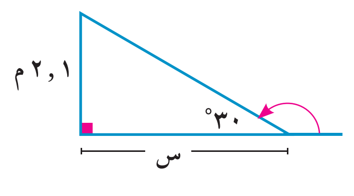
....

ب) إذا كان جا θ = $\frac{٣}{٥}$ حيث ٩٠° > θ > ١٨٠°، أوجد قيمة: جتا (٢٧٠° - θ)، ظا (١٨٠° + θ) ....

....

٤) أ) ضع العدد المركب الآتى فى أبسط صورة (٢٦ - ٤ت) - (٩ - ٢٠ ت) حيث ت^{٢} = -١ ....

ب) الربط بالرياضة: يركل لاعب كرة القدم الكرة نحو الهدف من مسافة س مترا عن حارس المرمى، فيقفز الحارس و يمسك الكرة على ارتفاع ٢,١ مترًا عن سطح الأرض فإذا كان مسار الكرة يميل بزاوية قياسها ٣٠° مع الأفقى. فأوجد لأقرب رقم عشرى واحد المسافة بين اللاعب وحارس المرمى عندما ركل اللاعب الكرة.



....

الاختبار الثانى (الجبر وحساب المثلثات)

أولًا: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) أبسط صورة للعدد التخيلى $ت^{٧٣}$ هو: ....

(أ) -١ (ب) ١ (جـ) $-ت$ (د) $ت$

(٢) الدالة د: $[-٤، ٧]$ ⟵ ح حيث د(س) = ٦ − ٢س تكون إشارتها موجبة فى الفترة: ....

(أ) $[-٤، ٣[$ (ب) $]٣، ٧]$ (جـ) $[-٤، ٧]$ (د) $]٣، ٧[$

(٣) إذا كان جذرا المعادلة ٤ $س^٢$ − ١٢ س + جـ = ٠ متساويين فإن جـ تساوى: ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٩ (د) ١٦

(٤) ظا $\left(-\frac{\pi}{٦}\right)$ تساوى: ....

(أ) $-\sqrt{٣}$ (ب) $-\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (جـ) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (د) $\sqrt{٣}$

(٥) القياس الدائرى لزاوية مركزية تحصر قوسًا طوله ٣سم من دائرة طول قطرها ٤سم هو: ....

(أ) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{ء}$ (ب) $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{ء}$ (جـ) $٥^{ء}$ (د) $٦^{ء}$

ثانيًا: أجب عن الأسئلة الآتية:

(١) (أ) بين نوع جذرى المعادلة $س^٢$ + ٩ = ٦ س، ثم أوجد مجموعة الحل. ....

(ب) إذا كان: ٧ قتا أ = ٢٥ حيث $\frac{\pi}{٢} < أ < \pi$. فأوجد القيمة العددية للمقدار: ظا $(\pi + أ)$ − ظتا $\left(أ - \frac{\pi}{٢}\right)$

....

(٢) (أ) أوجد قيمتى أ، ب الحقيقيتين اللتين تحققان المعادلة: (أ + ٣) − (ب − ١) ت = ٧ − ٩ ت حيث $ت^٢ = -١$

....

(ب) حول قياس كل من الزوايا المكتوبة بالدرجات إلى راديان والمكتوبة بالراديان إلى درجات

أولًا: ٢١٥° .... **ثانيًا:** $\frac{٨\pi}{٦}$ ....

(٣) (أ) ابحث إشارة الدالة د حيث د(س) = $٢س^٢$ − ٣ س + ٤ مع توضيح ذلك على خط الأعداد الحقيقية

(ب) إذا كانت الزاوية θ مرسومة فى الوضع القياسى، حيث يمر ضلعها النهائى بالنقطة (٤، −٣)

فأوجد جاθ، ظتاθ. ....

(٤) (أ) إذا كان $(س + ٢)^٢$ + (س + ١) (س − ٤) > ٠

أولًا: اكتب المتباينة التربيعية فى أبسط صورة. **ثانيًا:** أوجد مجموعة حل المتباينة.

....

(ب) إذا كان $\frac{٢}{ل}$، $\frac{٢}{م}$ هما جذرا المعادلة $س^٢$ − ٦ س + ٤ = ٠ فأوجد المعادلة التى جذراها (ل + م)، ل م.

....

اختبارات عامة

الاختبار الثالث (الجبر وحساب المثلثات)

أولًا: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١) إذا كان أحد جذرى المعادلة أس^{٢} + ٢ س + ٥ = ٠ معكوسًا ضربيًّا للجذر الآخر فإن أ تساوى: ....

أ) ‎-٥   ب) ‎-٢   جـ) ٢   د) ٥

٢) إشارة الدالة د حيث د(س) = ٦ – ٢ س تكون موجبة إذا كانت: ....

أ) س < ٣   ب) س ⩽ ٣   جـ) س > ٣   د) س ⩾ ٣

٣) المعادلة التربيعية التى جذراها ١ + ت ، ١ – ت حيث ت^{٢} = –١ هى: ....

أ) س^{٢} + ٢س + ٢ = ٠   ب) س^{٢} – ٢س + ٢ = ٠   جـ) س^{٢} + ٢س – ٢ = ٠   د) س^{٢} – ٢س – ٢ = ٠

٤) إذا كانت θ زاوية مرسومة فى الوضع القياسى بحيث جتا θ > ٠، فى أى ربع يقع ضلع النهاية للزاوية θ:

أ) الأول   ب) الأول أو الثانى   جـ) الأول أو الثالث   د) الأول أو الرابع

٥) إذا كانت ٢ جتا أ = –$\sqrt{٢}$ فإن أقل زاوية موجبة تحقق هذه الدالة المثلثية هى: ....

أ) ٤٥°   ب) ١٣٥°   جـ) ٢٢٥°   د) ٣١٥°

ثانيًا: أجب عن الأسئلة الآتية:

١) أ) إذا كان ل، م جذرى المعادلة س (٢ س + ٣) = ٥ فأوجد المعادلة التى جذراها ل + ١ ، م + ١. ....

....

ب) زاوية مركزية قياسها ٦٠° وتقابل قوسًا طوله $\frac{٧\pi}{٣}$ سم، احسب طول نصف قطر دائرتها. ....

....

٢) أ) ضع العدد $\frac{٢ - ٣ت}{٣ + ٢ت}$ فى صورة عدد مركب. حيث ت^{٢} = –١. ....

ب) إذا كان ٤ جا أ – ٣ = ٠ أوجد ق (∠أ) حيث أ ∈] ٠، $\frac{ط}{٢}$ [..........................

٣) أ) إذا كانت د : ح ⟵ ح حيث د(س) = – س^{٢} + ٨ س – ١٥

أولًا: ارسم منحنى الدالة فى الفترة [١، ٧]   **ثانيًا:** عين من الرسم إشارة هذه الدالة.

....

ب) إذا كان س = ٣ + ٢ت، ص = $\frac{٤ - ٢ت}{١ - ت}$ فأوجد س + ص فى صورة عدد مركب. ....

٤) أ) أوجد مجموعة حل المتباينة س^{٢} + ٣س – ٤ ⩾ ٠ ....

ب) إذا كان ظا ب = $\frac{٣}{٤}$ حيث ١٨٠° < ب < ٢٧٠° فأوجد قيمة: جتا (٣٦٠° – ب) – جتا (٩٠° – ب)

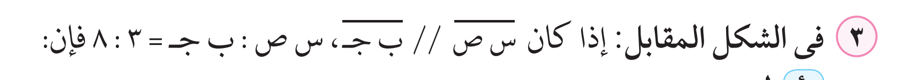
....

الاختبار الرابع (الهندسة)

أولًا: أكمل

(١) إذا قطع مستقيمان عدة مستقيمات متوازية، فإن أطوال القطع الناتجة على أحد القاطعين تكون ....

(٢) النسبة بين مساحتى سطحى مثلثين متشابهين هي ٣ : ٥، إذا كانت مساحة سطح المثلث الأول ٣٦ سم^2 فإن مساحة سطح المثلث الثانى تساوى ....



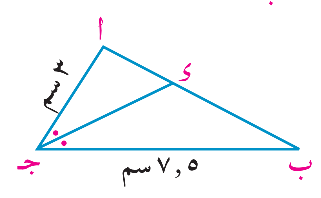
(٣) فى الشكل المقابل: إذا كان $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$، س ص : ب جـ = ٣ : ٨ فإن:

أ) اس : س ب = ... : ....

ب) محيط △اس ص : محيط △اب جـ = ... : ....

(٤) فى الشكل المقابل: إذا كان $\overleftrightarrow{\text{جـ ى}}$ ينصف (∠جـ)،

ا جـ = ٣ سم، ب جـ = ٧,٥ سم، فإن ا ى : ب ى = ...



ثانيًا: أجب عن الأسئلة الآتية

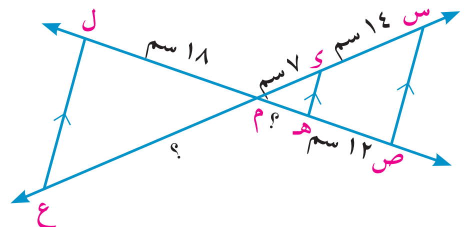
(١) أ) أوجد قوة النقطة ا بالنسبة إلى الدائرة م التى طول نصف قطرها ٣ سم ، ام = ٤ سم.

ب) رسم مهندس معمارى مخططًا لقطعة أرض مستطيلة الشكل، طولها ضعف عرضها، ومساحتها ٢٠٠ متر^2 بمقياس رسم ١ : ٢٠٠، أوجد طول قطعة الأرض فى المخطط.

(٢) فى الشكل المقابل: $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ى هـ}}$ // $\overline{\text{ل ع}}$ أوجد:

أولًا: طول $\overline{\text{هـ م}}$

ثانيًا: طول $\overline{\text{م ع}}$



(٣) فى الشكل المقابل: $\overline{\text{اب}}$ قطر فى الدائرة،

$\overline{\text{جـ ى}}$ مماس للدائرة عند جـ ، اجـ = ١٢ سم، اب = ١٣ سم. أثبت أن:

أ) △ ى جـ ب ~ △ ى ا جـ

ب) أوجد طول $\overline{\text{جـ ى}}$ لأقرب سم

جـ) أوجد مساحة △ اب جـ

(٤) اب جـ مثلث قائم الزاوية فى ا، فيه اب = ٢٠ سم، اجـ = ١٥ سم، ى ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$ بحيث كان ب ى = ١٠ سم، رسم $\overleftrightarrow{\text{اهـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$ ويقطع $\overline{\text{ب جـ}}$ فى هـ ، ومن ى رسم $\overline{\text{ى و}}$ // $\overline{\text{ب ا}}$ ويقطع $\overline{\text{اهـ}}$ فى و.

أثبت أن $\overrightarrow{\text{جـ و}}$ ينصف ∠جـ.

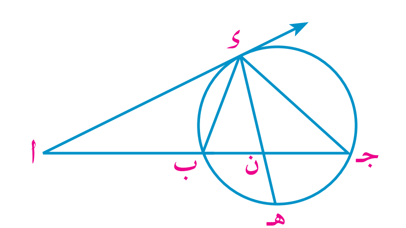
الاختبار الخامس (الهندسة)

أولًا: أكمل:

(١) النسبة بين مساحتى سطحى مثلثين متشابهين كالنسبة بين ....

(٢) يتشابه المضلعان إذا كان .... ، ....

(٣) فى الشكل المقابل أكمل:



(أ) $(أ ء)^2 =$ ....

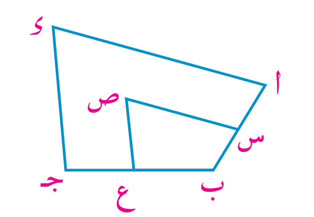
(ب) ء ن × ن هـ = ...

(جـ) △ أ ء جـ ~ △ ....

ثانيًا: أجب عن الأسئلة الآتية:

(١) (أ) أوجد قوة النقطة ب بالنسبة إلى الدائرة م، التى طول نصف قطرها ٨ سم، ب م = ٥ سم

(ب) فى الشكل المقابل:



أولًا: إذا كان المضلع أ ب جـ ء ~ المضلع س ب ع ص

فاثبت أن: $\overline{س ص}$ // $\overline{أ ء}$.

ثانيًا: إذا كان محيط المضلع أ ب جـ ء = ١٤ سم،

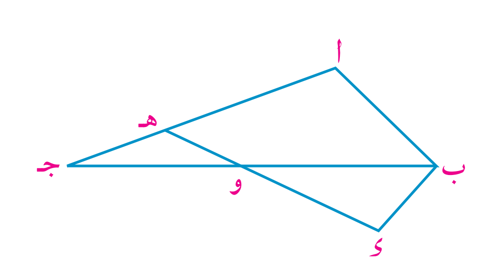
محيط المضلع س ب ع ص = ١٠ سم،

طول $\overline{س ب}$ = ٢ سم، فأوجد طول $\overline{أ ب}$

(٢) فى الشكل المقابل: أ ب = ٦ سم، ب جـ = ١٢ سم،

جـ أ = ٨ سم، وجـ = ٣ سم ، ء ب = ٤,٥ سم ، ء و = ٦ سم.

أثبت أن:



(أ) △ أ ب جـ ~ △ ء ب و

(ب) △ هـ و جـ متساوى الساقين.

(٣) س ص ع مثلث، نصفت زاوية ص بمنصف قطع $\overline{س ع}$ فى م، ثم رسم $\overline{ن م}$ // $\overline{ص ع}$ فقطع $\overline{س ص}$ فى ن.

أثبت أن: $\frac{س ص}{ص ع} = \frac{س ن}{ص ن}$، و إذا كان س ص = ٦ سم ، ص ع = ٤ سم، فأوجد طول $\overline{س ن}$.

(٤) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى أ. رسم $\overleftarrow{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ فقطعها فى ء.

رسم المثلثان المتساويا الأضلاع أ ب هـ ، جـ أ و خارج المثلث أ ب جـ

أثبت أن:

(أ) الشكل الرباعى أ ء ب هـ ~ الشكل الرباعى جـ ء أ و.

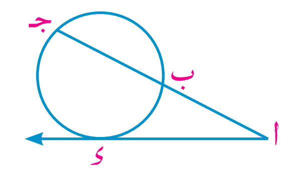
(ب) $\frac{\text{مساحة سطح الشكل أ ء ب هـ}}{\text{مساحة سطح الشكل جـ ء أ و}} = \frac{ب ء}{جـ ء}$

الاختبار السادس (الهندسة)

أولًا: أكمل:

١ أ إذا رُسم مستقيم يوازى أحد أضلاع مثلث، و يقطع الضلعين الآخرين فإنه ....

ب في الشكل المقابل: إذا كان $\overleftarrow{أ ى}$ مماس للدائرة عند ى، فإن:



أولًا: أ جـ × أ ب = ...

ثانيًا: إذا كان أ جـ = ٨ سم، أ ب = ٢سم، فإن أ ى = ...

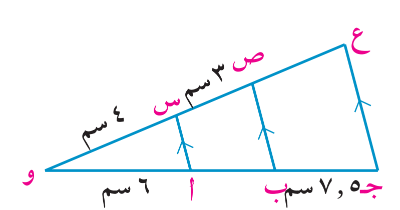
ثالثًا: إذا كان أ ب = ب جـ ، أ ى = ٣ $\sqrt{٢}$ سم فإن، أ جـ = ...

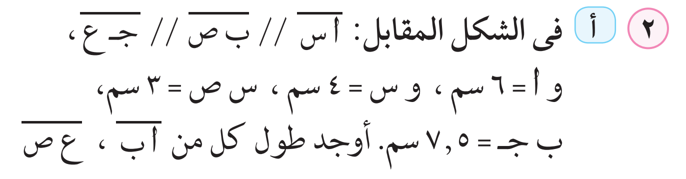
ثانيًا: أجب عن الأسئلة الآتية:

١ أ إذا كانت النسبة بين مساحتى سطحى مضلعين متشابهين تساوى ١٦ : ٤٩، فما النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما؟ وما النسبة بين محيطيهما؟

ب دائرتان متقاطعتان فى أ، ب رسم مماس مشترك يمسانهما فى س، ص.
إذا كان $\overleftrightarrow{أ ب}$ ∩ $\overleftrightarrow{س ص}$ = {جـ} اثبت أن جـ منتصف $\overline{س ص}$.

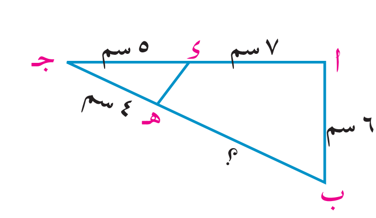
٢ أ فى الشكل المقابل: $\overline{أ س}$ // $\overline{ب ص}$ // $\overline{جـ ع}$ ،





و أ = ٦ سم ، و س = ٤ سم ، س ص = ٣ سم،
ب جـ = ٧,٥ سم. أوجد طول كل من $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ص ع}$

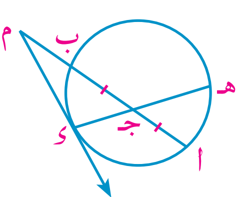
ب فى الشكل المقابل:



△ جـ ى هـ ~ △ جـ ب أ
باستخدام الأطوال الموضحة على الرسم
أوجد طول كل من $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{ى هـ}$.

٣ أ أوجد قوة النقطة جـ بالنسبة إلى الدائرة م التى طول نصف قطرها ٦ سم، جـ م = ٦ سم

ب فى الشكل المقابل: $\overline{أ ب}$ ∩ $\overline{ى هـ}$ = {جـ}،



جـ أ = جـ ب ، جـ ى = ٢سم ، جـ هـ = ٨ سم،
$\overline{م ى}$ مماسة للدائرة. م ب = $\frac{١}{٢}$ أ ب. أوجد طول $\overline{م ى}$.

٤ فى الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث، فيه س ∈ $\overline{أ ب}$ بحيث كان أ س = ٤ سم،
س ب = ٦ سم، ص ∈ $\overline{أ جـ}$ بحيث كان أ ص = ٥ سم، ص جـ = ٣ سم.

أ أثبت أن: △ أ س ص ~ △ أ جـ ب

ب الشكل س ب جـ ص رباعى دائرى.

جـ إذا كانت م(△ أ س ص) = ٨ سم². أوجد مساحة سطح المضلع س ب جـ ص.

إجابات بعض التمارين

الوحدة الأولى: الجبر والعلاقات والدوال

الدرس ١ – ١

(١) ب (٢) د (٣) د (٤) د (٥) أ

(٧) أ {−٢} ب ϕ

ج {−٣، ١}

(٨) أ {−٥، ٨} ب {−٣، ١/٢} ج {−٣/٢، ٢/٣}

د {٦,٧٤، −٦,٧٤، ٠} هـ {٢,٦١، −٢,٦١، ٤} و {٢,١٤، −٢,٩٤، ٠}

(٩) أ {٤,٧، −٤,٧، ٤} ب {٤، ٦,٤، ١} ج ح \ {−٤، −٢}

(١٠) أ ن = ١٢ ب ن = ١٨ ج ن = ٢٢ د ن = ٣٠

(١١) أ د(س) = س² + س − ٦ ب د(س) = −س² − ٣س ج د(س) = س² − ٧س

(١٢) إجابة زياد خطأ؛ لأنه قسم الطرفين على متغير وهو (س − ٣)

(١٣) ن = ٢ أو ن = ٤

الدرس ١ – ٢

(١) أ −١ ب −ت ج −١ د −ت

(٣) أ ٥ − ٣ت ب ١٧ + ١٦ت ج ١١ + ٤٥ت

(٤) أ ١ + ٥ت ب ٤ + ٧ت

(٥) أ ١ − ت ب ١ − ٤ت ج ٣/١٠ − ١١/١٠ ت د ٦/٥ + ٨/٥ ت

(٦) ج ±٣ √٢ ت د ±٥ت

(٧) ٧ − ٢ت (٨) حل أحمد صحيح.

الدرس ١ – ٣

(١) ب (٢) ب (٣) أ

(٤) أ جذران مركبان. ب جذران حقيقيان غير نسبيين

ج جذران متساويان. د جذران مركبان

(٥) أ ٢ + ت، ٢ − ت ب −٣/٢ + ١/٢ ت، −٣/٢ − ١/٢ ت

(٦) أ ١٦ − ٤ك < ٠ أي ك > ٤ ب ٩ − ٤ × (٢ + ١/ك) = ٠ أى أن ك = ٤

ج ٦٤ − ٤ × ١٦ ك > ٠ أي أن: ك < ١

(٧) المميز = (ل − م)² + ٤ ل م = (ل − م)² أي مربع كامل، لذلك فإن جذري المعادلة عددان نسبيان.

(٩) إجابة أحمد خطأ؛ لأن الحد المطلق = −٥ في المعادلة.

(١١) حل المعادلة هو {٣ت ، −٢ت}

الدرس ١ – ٤

(١) ٦، −٩ (٢) ٨ (٣) س² − ٥س + ٦ = ٠

(٥) جـ (٦) جـ (٧) جـ

(٨) أ −١٩/٣ ، −١٤/٣ ب −١، −٣٥/٤

(٩) أ −٣، ٣ ب ٢، ١/٢

(١٠) أ تكون أ = −٧، ب = ١٠ ب أ = ١، ب = ٤

(١١) أ حقيقيان نسبيان، {−٧، ٥}

ب مركبان، {−٣/٤ + ١,٧ت، −٣/٤ − ١,٧ت}

ج مركبان {٢ + ت ، ٢ − ت} د حقيقيان متساويان {٤/٥}

(١٢) جـ = ٤ (١٣) أ = −٤ (١٤) جـ = ٢٥/١٢، الحل هو {٥/٦}

(١٥) ك = ١ (١٦) ك = ٢

(١٧) أ س² − ٢س − ٨ = ٠ ب س² + ٢٥ = ٠

ج ٦س² − ١٣س + ٦ = ٠ هـ س² + ١٧ = ٠

(١٨) س² − ٨س + ٥ = ٠ (١٩) س² − ٩س − ١ = ٠

(٢١) أ س² + ١٤س + ١٢ = ٠ ب س² − ١١س + ٢١ = ٠

ج ٣س² + ١٤س + ٤ = ٠ د س² + ١٠س − ٢١ = ٠

(٢٢) ٥٤ × ٢ = (س + ٦)(س + ٩) ومنها س² + ١٥س − ٥٤ = ٠ ومنها س = ٣

(٢٤) حل يوسف صحيح (٢٥) ك = ٠ أو ك = −٨/٣

الدرس ١ – ٥

(١) سالبة، ح (٢) موجبة، ح (٣) ح − {٣} (٤)]٢، ∞[

(٥)]٣، ∞[(٦)]−٢، ١[(٧)]−٥، ١[

(٨)]٢، ∞[،]−∞، ٢[(٩) {−١، ٣}، ح − [−١، ٣]،]−١، ٣[

(١٠) أ موجبة فى ح

ب موجبة فى]٠، ∞[سالبة فى]−∞، ٠[، صفر عندما س = ٠

ج موجبة فى]−∞، ٠[سالبة فى]٠، ∞[، صفر عندما س = ٠

د موجبة عندما س > −٢ ، سالبة عندما س < −٢، صفر عندما س = −٢

هـ موجبة عندما س > ٣/٢ ، سالبة عندما س < ٣/٢ ، صفر عندما س = ٣/٢

ح موجبة فى ح − [−٢، ٢] سالبة فى]−٢، ٢[، صفر عندما س ∈ {−٢، ٢}

(١١) من الرسم نجد أن: د(س) = ٠ عندما س ∈ {−٣، ٣}، د(س) > ٠ فى]٣، ٤]

د(س) < ٠ فى]−٣، ٣[

(١٢) د(س) = ٠ عندما س ∈ {−٢، ١، ٢، ٣}

د(س) > ٠ عندما س ∈]−٣، −٢[∪]١، ٢[∪]٣، ٥]

د(س) < ٠ عندما س ∈]−٢، ١، ٢، ٣[

(١٤) إشارة الدالة موجبة لجميع قيم ن الحقيقية ، يتناقص الإنتاج من عام ١٩٩٠ حتى عام ٢٠٠٠، ثم يبدأ الإنتاج فى الزيادة من عام ٢٠٠٠ حتى عام ٢٠١٠.

الدرس ١ – ٦

(١) [−٣، ٣] (٢) [−١، ١] (٣) ح − [٠، ٢] (٤) ϕ

(٥)]٢، ٥[(٦) [−٣، ١] (٧) ϕ (٨) ϕ

حل تمارين عامة

(١) ب (٢) د (٣) أ (٤) ب

(١٧) أ ٥، −٤ ب ١١، −١٣ ج ٤، −٢

إجابات الاختبار التراكمي

(١) أ ك = ٤/٣ ب ك > ٤/٣ ج ك < ٣/٢

(٢) أ ك = −٣/٢، ك = ٦ ب ك = ٦ ج ك = ٧/٢

(٣) أ س² − ٩س + ١٨ = ٠ ب س² − ٥س + ٦ = ٠

(٦) د(س) = ٠ عندما س = −٢ ، س = ٣/٤ ، د(س) موجبة فى]−٢، ٣/٤[

د(س) سالبة فى]−٣، −٢[∪]٣/٤، ٢]

(٧) أ ϕ ب ح −]١، ٥[ج ϕ

د [−٣، ١[هـ {٥} و ح −]−٣/٢، ٥[

إجابات الاختبار الوحدة

(١) ب (٢) ب (٣) ب (٤) أ

(٦) أ س² − ٣س + ١ = ٠

ب د(س) = ٠ عندما س = {−٤، ٢}

د(س) = ٠ عندما س =]−٤، ٢[

د(س) = ٠ عندما س = ح −]−٤، ٢[

(٧) أ {٠,٦٩٧، ٤,٣٠٣} ب [−٢، ٧]

الوحدة الثانية: التشابه

الدرس ٢ – ١

(١) ب الشكل أ ب جـ د ~ الشكل ص س ل ع ، ١٠/٧

ج △ أ ب جـ ~ △ هـ د و ، ٧/١٢

إجابات بعض التمارين

(د) الشكل أ ب جـ ى ~ الشكل ع ل س ص ، $\frac{٥}{٤}$

(٢) (أ) س ص (ب) جـ ى (جـ) ى أ

(٤) (أ) ٩٦سم، ٥٤٠سم² (ب) ١٢,٨سم، ٩,٦سم²

(٥) (أ) معامل تشابه المضلع م١ للمضلع م٢ = ٤

معامل تشابه المضلع م٢ للمضلع م٣ = ٣

(ب) معامل تشابه المضلع م١ للمضلع م٣ = ١

معامل تشابه المضلع م٣ للمضلع م٢ = $\frac{٣}{٢}$

(٦) س = ١١٠، ص = ١٠٠، ع = ٧٠ ل = ٢١، م = ٢٨، ن = ٣٠

(٧) ١٠سم تقريبًا. (٨) ٦٠سم، ٢٤٠٠سم²

(٩) (أ) ٨,٤ متر، ٥,١ متر (ب) ٥,١ متر، ٣,٩ متر

(جـ) ١٩,٤٤ متر مربع (د) ١١٠,٢٥ متر مربع.

الدرس ٢ – ٢

(١) (أ) قياسات الزوايا المتناظرة متساوية.

(د) الأضلاع المتناظرة متناسبة.

(هـ) تطابق زاوية من مثلث لزاوية من مثلث آخر وتناسب أطوال الأضلاع التى تحتويها.

(و) تطابق زاوية من مثلث لزاوية من مثلث آخر وتناسب أطوال الأضلاع التى تحتويها.

(٢) (أ) س = ٣٦ (ب) س = ٢٠، ص = ١٥ (جـ) س = ٣، ص = ٤، ع = ٨,٤

(٣) (أ) س (ب) ص (جـ) ص (د) ن، م

(٤) جـ هـ = ٥سم. (٧) ب ى = ٦سم، أ ب = $٦\sqrt{٣}$سم، أ جـ = $٦\sqrt{٦}$ سم

(١٢) △أ ب جـ ~ △أ ى هـ، معامل التشابه = $\frac{١}{\sqrt{٥}}$

(١٦) (أ) ٤كم (ب) $٤\sqrt{٥}$كم

الدرس ٢ – ٣

(١) (أ) $\frac{١}{٩}$ (ب) ١٢سم

(٢) (أ) ١٢٩٦سم² (ب) ٥٠٠سم²

(٣) ٧٥سم²

الدرس ٢ – ٤

(١) (أ) ٦ (ب) ٣ (جـ) ١٠ (د) ٤

(٢) أ، ب (٣) أ (١٠) (ب) ٤,٥سم

(١١) ٥سم (١٢) ٨ أمتار (١٣) ٤٩سم تقريبا

تمارين عامة

(١) أ، ب، ى (٢) ٢سم (٤) (ب) ٩ : ١٦

(٥) (ب) ٤ سم (٦) س = ١١سم، ص = ١٦,٥سم

(٧) ٤,٥ متر (٨) (أ) ٤ ، ٤٠سم (ب) $-\frac{١}{٢}$، ١٤سم

اختبار الوحدة

(١) (جـ) ٩ : ٢٥ (هـ) ٢٠سم

(٢) ٤سم (٣) ٩سم (٥) ١٢سم

اختبار تراكمى

(١) ى (٢) جـ (٣) ب (٤) ى

(٥) جـ (٦) س = ٣سم، ص = ١٨ سم

(٨) $٦\sqrt{٣}$، ٩، $٣\sqrt{٣}$ (١٠) ب هـ = ٨سم، ب جـ = ١٢سم

الوحدة الثالثة: نظريات التناسب فى المثلث

الدرس ٣ – ١

(١) (أ) $\frac{٨}{٣}$، $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$، $\frac{٣}{٧}$

(٣) (أ) ٤,٥ (ب) ٥ (جـ) $\frac{٥}{٢}$

(٤) جـ هـ = ٤,٥سم (٥) ع م = ١٣,٥

(٦) (أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٩ (د) ٣

(٧) (أ) لا يوازى (ب) يوازى (جـ) يوازى

(٨) $\frac{\text{س ل}}{\text{س ص}} = \frac{٢}{٥}$، $\frac{\text{س م}}{\text{س ع}} = \frac{٢}{٥}$ ∴ ل م // ص ع

(١٥) (أ) هـ و (ب) ى و (جـ) ى هـ (د) ى و

(١٧) (أ) م و = ١٠سم (ب) أ م = ١٠,٨سم

(١٩) (أ) س = ٨، ص = ٣ (ب) س = ٤، ص = ٣

الدرس ٣ – ٢

(١) (أ) $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}}$ (ب) $\frac{\text{جـ ى}}{\text{ى ب}}$ (جـ) $\frac{\text{ى جـ}}{\text{أ جـ}}$ (د) ب ى × أ جـ

(٢) (أ) ١١ (ب) ٤ (جـ) ٢ (د) ٢

(٣) أ ب = ٨سم، ب جـ = ١٠سم

(٤) (أ) ٤ ، ٢٢ (ب) ١٥,٢٥ (٥ + $\sqrt{٥}$) (جـ) ٢٥,٦

(٥) ى هـ = ٨سم، أ ى = $٢\sqrt{١٥}$ سم، أ هـ = $٢\sqrt{١٠}$

(١٠) فى △أ ب جـ: ب جـ = ١٠ – ٤ = ٦سم

∵ $\frac{\text{ب أ}}{\text{أ جـ}} = \frac{٢}{٣}$، $\frac{\text{ب ى}}{\text{ى جـ}} = \frac{٢}{٣}$ ∴ أى ينصف ∠أ

فى △أ ب و: ∵ أهـ ينصف ∠أ، أهـ ⊥ ب و

∴ △أ ب و متساوى الساقين، أ و = ٦سم

∵ △△ ب أ و ، ب جـ و مشتركان فى الرأس ب،

أ و ⊂ أ جـ، جـ و ⊂ أ جـ

∴ للمثلثان نفس الارتفاع ويكون: $\frac{\text{م}(\triangle \text{أ ب و})}{\text{م}(\triangle \text{جـ ب و})} = \frac{\text{أ و}}{\text{جـ و}} = \frac{٦}{٣} = \frac{٢}{١}$

الدرس ٣ – ٣

(١) (أ) النقطة أ تقع داخل الدائرة، أ م = ٨سم.

(ب) النقطة ب تقع خارج الدائرة، ب م = ١٤سم

(٢) (أ) ٦٣ (ب) –١٦١ (جـ) صفر (د) ١

(٦) $١٨\sqrt{٢}$ سم

(٧) (ب) س جـ = $٦\sqrt{٦}$، س و = ٦سم.

(٨) (أ) س = ١١٠ (ب) ص = ١٠ (جـ) ع = ٤٥ (د) س = ٣١

(٩) (أ) °٢٦ (ب) °٧٤ (جـ) °٢٠

(١٠) ٢٤,٤٣سم تقريبًا. (١١) °١٠٠

تمارين عامة

(٢) (أ) س = ٦ (ب) س = ١٤ (جـ) س = ٤,٥، ص = ١١

(٤) لتكن م نقطة تقاطع الدعامتين

∴ △م أ ب ~ △م و هـ، $\frac{\text{هـ و}}{\text{أ ب}} = \frac{١}{٥}$

∵ أ ب = ١٢٠سم ∴ هـ و = ٢٤سم

إجابات اختبار الوحدة

(١) (أ) س = $٣\sqrt{٢}$ (ب) ص = ١٩، ع = $٦\sqrt{١٥}$

(جـ) س = ٦٠

(٤) (أ) أ ب = ٦سم، أ هـ = ٣سم، جـ ى = ٥سم

(ب) ق١(س) = –٣ × ٢ = –٦، ق٢(س) = ٠

إجابات اختبار تراكمى:

(١) جـ (٢) ب (٣) جـ (٤) أ

(٥) ب (٦) ى (٧) جـ (٨) ٦سم

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات

الدرس ٤ – ١

(١) (و) °١٧٠ (ز) الثالث (ح) °٣٠ (٢) (جـ)

إجابات بعض التمارين

(٣) أ $-٣٠٦°$ ب $٢٧٠°$ جـ $٢٣٥°$ د $-٣٠١°$

(٤) أ الأول ب الثالث جـ الرابع د الثانى

(٧) أ $١٧٧°$ ب $١٤٣°$ جـ $٤٥°$ د $١٥٠°$

الدرس ٤–٢

(١) د (٢) جـ (٣) د (٤) جـ

(٥) جـ (٦) ب (٧) أ (٨) ب

(١٠) أ $\frac{٥\pi}{٤}$ ب $\frac{٤}{٣}\pi$ جـ $-\frac{٣}{٤}\pi$ د $\frac{٥}{٣}\pi$

(١١) أ $٠,٩٨٨^{ء}$ ب $٠,٤٤٢^{ء}$ جـ $٢,٨٠٧^{ء}$

(١٤) ٢,٤سم (١٥) ٢,١٧٥ ، $١٢٤°\ ٣٧'\ ٦''$

(١٦) $٧٥°$ ، ١,٣٠٩ (١٧) $\frac{٥}{٣}\pi$ (١٨) ٢٨,٥٧سم (١٩) ١٦,٧٦سم

(٢٠) ٢πسم (٢١) ٤٧١٢ كم/س (٢٢) ٢٩سم

(٢٣) أ $\frac{\pi}{٣}$ ب ٨ ساعات جـ ٢٠π (٢٤) ص = $\sqrt{٣}$ س

الدرس ٤–٣

(١) جـ (٢) أ (٣) جـ (٤) ب

(٥) جـ (٦) جـ (٧) أ (٨) أ

(٩)

	أ	ب	جـ	ى
جتاθ	$\frac{٢}{٣}$	$\frac{\sqrt{٢}}{٢}$	$\frac{-\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{-٤}{٥}$
جاθ	$\frac{\sqrt{٥}}{٣}$	$-\frac{\sqrt{٢}}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{-٣}{٥}$
ظاθ	$\frac{\sqrt{٥}}{٢}$	-١	$\frac{-١}{\sqrt{٣}}$	$\frac{٣}{٤}$

(١١) أ (–) ب (+) جـ (+)

(١٢) أ –١ ب $\frac{٤}{٣}$

(١٣) $٣٠°$ (١٤) إجابة أحمد (١٥) صحيحة

الدرس ٤–٤

(١) –جتاθ (٢) – ظاθ (٣) – قتاθ (٤) جاθ

(٥) جتاθ (٦) – ظاθ (٧) قتاθ (٨) – جاθ

(١٨) أ (١٩) ب (٢٠) د (٢١) جـ

(٢٣) أ $١٦°$، $٨٠°$ ب $٢٥°$ جـ $١٠°$ د $٦٠°$

الدرس ٤–٥

(١) [–١، ١] (٢) [–٢، ٢] (٣) ٤ (٤) –٣

شكل (١) ١جا θ شكل (٢) جتا θ

(٥) أ ١، –١، [–١، ١] ب ٣، –٣ [–٣، ٣]

جـ $\frac{٣}{٢}$، $\frac{-٣}{٢}$، [$\frac{-٣}{٢}$، $\frac{٣}{٢}$]

(٦) أ [–٤، ٤] ب [–٣، ٣]

الدرس ٤ – ٦

(١) أ (٢) جـ

(١) أ $\frac{١}{٢}$، $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ب $\frac{١}{\sqrt{٢}}$، – $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ جـ $-\frac{٣}{٥}$، $\frac{٤}{٥}$

(٣) أ –٣، –$\frac{١}{٣}$ ب $\frac{-٥}{٣}$، $\frac{-٣}{٥}$ جـ $\frac{٣}{٤}$، $\frac{٤}{٣}$

(٤) أ $٣٠°$ ب $١٣٥°$ جـ $٣٠٦°\ ٥٢'\ ١٢''$

(٥) أ $٣٦°\ ٥٢'\ ١٢''$ ب $٦٤°\ ٩'\ ٤''$ جـ $٥٥°\ ٣٠'\ ١٣''$

(٦) أ $١٣°\ ٣٧'\ ٣٧''$ ، $١٦٦°\ ٢٢'\ ٢٣''$ ب $١٢٩°\ ٥٦'\ ٢٨''$ ، $٢٣٠°\ ٣'\ ٣٢''$

(٧) أ $١٦٠°\ ٣١'\ ٤٤''$ ب –٠,٩٤٢٨ ، –٠,٣٥٣٦ ، –١,٠٦٠٧

تمارين عامة

(١) أ $٢,٠٩^{ء}$ ب $١,١٣^{ء}$ جـ $٣,٨٥^{ء}$

(٢) أ $٣٠٠°$ ب $٩٠°$ جـ $٦٤°\ ١٠'\ ١٧''$

(٣) أ ٩,٦سم ب $٨٢°\ ٤٥'\ ٣٨''$

(٤) أ $-\sqrt{٣}$ ب $\frac{١}{٢}$ جـ $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ د $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

(٥) أ جتاθ = $\frac{٤}{٥}$ ، جاθ = $\frac{٣}{٥}$ ، ظاθ = $\frac{٣}{٤}$

ب جتاθ = $\frac{٥}{١٣}$ ، جاθ = $\frac{-١٢}{١٣}$ ، ظاθ = $\frac{-١٢}{٥}$

(٦) أ $٤٥°$، $٢٢٥°$ ب $٢١٠°$، $٣٣٠°$ جـ $٣٠°$، $٣٣٠°$ د $١٠°$، $٣٠٠°$

اختبار تراكمى:

(١) أ (٢) جـ (٣) جـ

(٦) أ ٣ ب $\frac{٤}{٥}$ جـ $\frac{٣}{٥}$ د $٣٦°\ ٥٢'\ ١٢''$

(٧) أ ٢٥ ب جا٢٥ = $\frac{أ}{٢٥}$ جـ ١٠,١٤متر

إجابات الاختبارات العامة

الاختبار الأول: أولًا:

(١) ١ (٢) موجبة لكل س ∈ ح (٣) $س^{٢} + ١ = ٠$

ثانيًا:

(١) أ ٣,٤، ٧,٠ ب صفر (٢) أ ٦، صفر

(٤) أ ١٧ + ١٦ت ب ٢,٤متر

الاختبار الثانى: أولًا:

(١) ى (٢) أ (٣) جـ (٤) ب (٥) ب

ثانيًا:

(١) أ متساويان، {٣} ب $\frac{٧}{١٢}$

(٢) أ ٤، ١٠ ب $\frac{٤٣}{٣٦}$، $٢٤٠°$

(٣) أ موجبة لكل س = ح (٤) أ ٢س٢ + س < ٠،]$\frac{-١}{٢}$، ٠[

الاختبار الثالث: أولًا:

(١) ى (٢) جـ (٣) ب (٤) ى (٥) ب

ثانيًا:

(١) أ $٢س^{٢} - س - ٨ = ٠$ ب ٧سم

(٢) أ –ت ب ٠,٨٤٨

(٣) ب ٦ + ٣ت (٤) أ [–٤، ١] ب $\frac{-١}{٥}$

الاختيار الرابع: الإكمال:

(٢) ١٠٠$سم^{٢}$ (٣) أ ٣ : ٥ ب ٣ : ٨

اسئلة المقال

(١) أ ٧ ب ١٠سم (٢) أولًا: ٦سم ثانيًا : ٢١سم

الاختبار الخامس: الإكمال:

(٣) أ أ ب × أ جـ ب ب ن × ن جـ جـ △أ ب ى

أسئلة المقال

(١) ب ثانيًا: ٢,٨سم (٣) س ن = ٣,٦سم

الاختبار السادس: الإكمال

(١) ب أولًا: $(أ ى)^{٢}$ ثانيًا: ٤سم ثالثًا: ٦

أسئلة المقال

(١) أ ٤ : ٧، ٤ : ٧

(٢) أ أ ب = ٤,٥سم، ع ص = ٥سم

(٣) أ صفر ب ٤$\sqrt{٣}$ سم